
BIBLIOTECA APOSTOLICA VATICANA

εὐκλείδου περὶ γεωμετρίας:

Σημεῖον ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν· γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές·
γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα· εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις
ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται:
ἐπιφάνεια δέ ἐστιν ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει·
ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί·
ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυ-
τῆς εὐθείαις κεῖται·
ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτο-
μένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας
τῶν γραμμῶν κλίσις·
ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦ-
σιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία·
ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ· ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν,
καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέ-
στηκεν:
Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς· ὀξεῖα δὲ, ἐλάσσων ὀρθῆς.
ὅρος δέ ἐστιν ὅ τινός ἐστι πέρας· σχῆμα δὲ ὑπό τινος ἤ τινων
ὅρων περιεχόμενον·
Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιε-
χόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια· πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς ση-
μείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ
προσπίπτουσαι εὐθεῖαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέ-
ρειαν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί·
Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.
διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου
ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ
τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.



ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε
τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ὑπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς τοῦ
κύκλου περιφερείας.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐ-
θείας, καὶ κύκλου περιφερείας, ἢ μείζονος ἢ ἐλάττο-
νος ἡμικυκλίου.

σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιε-
χόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν περιεχόμενα, τε-
τράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων· πολύπλευρα δὲ
τὰ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνον
ἐστὶ τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

ἔτι τε τῶν τριπλεύρων σχημάτων. ὀρθογώνιον μὲν τρίγω-
νον ἐστὶ τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον μίαν ἀμβλεῖαν γωνίαν.

ὀξυγώνιον δέ, τὸ τρεῖς ὀξείας γωνίας ἔχον.

τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον.

ἑτερόμηκες δὲ ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν· οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

ῥομβοειδὲς δέ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας
ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρ-
θογώνιον.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι,
καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη,
ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Τὰ δὲ τῆς μετρήσεως εἴδη εἰσὶ ταῦτα.

τετράγωνα· τρίγωνα· ῥόμβοι· τραπέζια· κύκλοι· ἔλλοι

θεωρήματα,

θεωρήματα, δεκαοκτώ, οὕτως:

τετραγώνων θεωρήματα, δύο, τετράγωνον ἰσόπλευρον ὀρθογώνιον, καὶ τετράγωνον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον:

τριγώνων θεωρήματα ἕξ, τρίγωνον, ἰσόπλευρον· τρίγωνον ἰσοσκελὲς· τρίγωνον σκαληνόν· τρίγωνον ὀρθογώνιον τρίγωνον ὀξυγώνιον· τρίγωνον ἀμβλυγώνιον·

ῥόμβων θεωρήματα· β´ ῥόμβος καὶ ῥομβοειδές·

τραπεζίων θεωρήματα, τέσσαρα· τραπέζιον· ὀρθογώνιον· τραπέζιον ἰσοσκελές, τραπέζιον ὀξυγώνιον, τραπέζιον ἀμβλυγώνιον:

κύκλων θεωρήματα, τέσσαρα:

κύκλος ἁψίς, ἤτοι ἡμικύκλιον·

τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ τμῆμα ἧττον ἡμικυκλίου.

καὶ ταῦτα μὲν οὖν τὰ εἴδη καὶ τὰ θεωρήματα, ὅσον ἐπὶ τῶν ἐμβαδομετρικῶν·

ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν πρὸς τῷ τεθεμένου ἑκάστῃ μετρήσει καὶ τοῦ πάχους, ἐξαίρετα θεωρήματα ἐπὶ τῶν στερεῶν εἰσὶ δέκα, οὕτως· σφαῖρα· κῶνος· ὀβελίσκος.

κύκλος κύλινδρος· κύβος· σφηνίσκος· μείουρος· κίων· πλινθίς· πυραμίς·

εἰσὶ δὲ καὶ ὅροι τῆς μετρήσεως ἐπηρτημένοι, οἷον παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

καὶ παντὸς τριγώνου ὀρθογωνίου αἱ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς τῆς ὑποτεινούσης ἴσαι εἰσὶν ἐφ' ἑαυτὰς πολυπλασιαζόμεναι.

καὶ παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλάσιος ἐστι καὶ ἐφέβδομος.

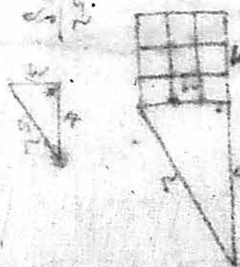
καὶ ἐμβαδοῦ τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς περιμέτρου

τοῦ κύκλου μετρούμενον ἴσον ἐστὶν ἐμβαδοῖς κύκλων τεσσάρων·

Ἥρωνος ἀρχὴ τῶν γεωμετρουμένων·

Καθὼς ἡμᾶς ὁ παλαιὸς διδάσκει λόγος· οἱ πλεῖστοι τοῖς περὶ τὴν γῆν μέτροις καὶ διανομαῖς ἀπησχολοῦντο, ὅθεν καὶ γεωμετρία ἐκλήθη. ἡ δὲ τῆς μετρήσεως ἐπίνοια εὕρηται παρ' Αἰγυπτίοις· διὰ γὰρ τὴν τοῦ νείλου ἀνάβασιν πολλὰ χωρία φανερὰ ὄντα τῇ ἀναβάσει ἀφανῆ ἐγίνετο.

S.or mio Aristo, luij, essendo mio [illegible]
mi dessi havrei detto, a V. S. che dilla
quello che li piace, ma poj, che luj voli
sapere l'animo suo, l'ho resoluto, et
ditta detto che so 42 [illegible], et
li merita un julio al [illegible] p
[illegible], ma che li dilla quello che
li piace, et si lo voli in dono
che li fara piacere.




D. V. S. [illegible] 14.
Mario



Εὐκλείδου Στοιχείων
Βιβλ. α΄.

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Γραμμὴ ἐστὶ μῆκος ἀπλατές. γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

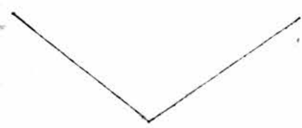


Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

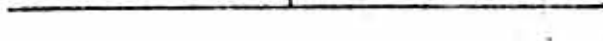


Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

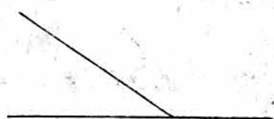


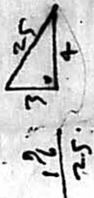
Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ· ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται· ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

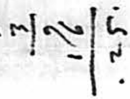


Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς· ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

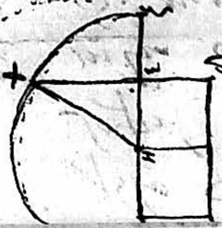


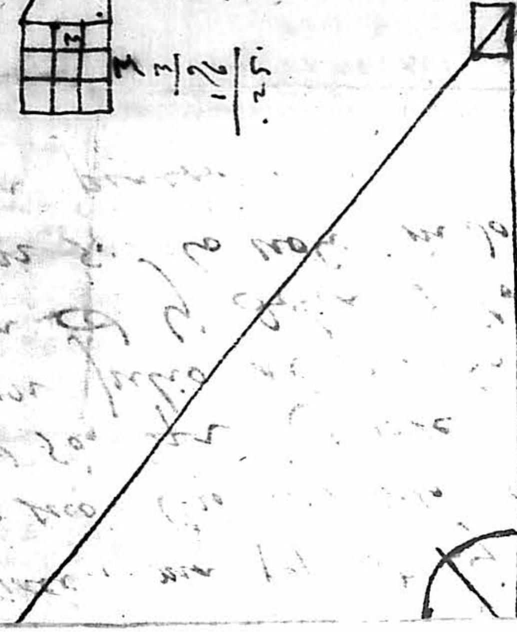

2.5
4
3


5
4









Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον· ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται. διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ὑπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας ἢ μείζονος ἢ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου.

Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα. τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν. τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων· πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς. ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς. σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς. Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν. ἀμβλυγώνιον δὲ

τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν. ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τὰς τρεῖς
ὀξείας ἔχον γωνίας:~

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν,
ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον. ἑτερόμηκες
δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ. ῥόμβος δὲ
ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ. ῥομβοειδὲς δὲ,
τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλή-
λαις ἔχον. οὔτε δὲ ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.
1. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλεί-
σθω:~

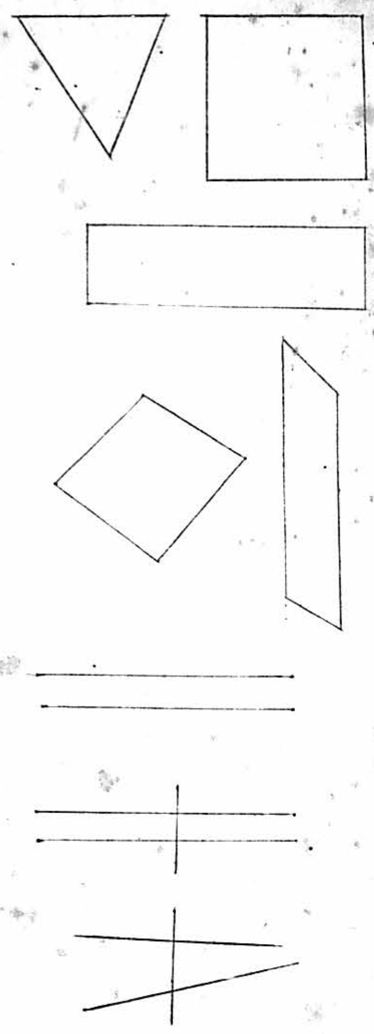
Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ
οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ
μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις:~

Αἰτήματα ε.

Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν
γραμμὴν ἀγαγεῖν, καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν ἐπ' εὐθείας
κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκβαλεῖν, καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ δια-
στήματι κύκλον γράφεσθαι, καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς
γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι, καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας
εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ με-
ρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας
τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν ἐφ' ἃ
μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι:~

Κοιναὶ ἔννοιαι

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα:~
11 Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν. καὶ ἐὰν ἀπὸ
ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενα ἐστὶν ἴσα. καὶ
ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα. καὶ ἐὰν ἀπὸ



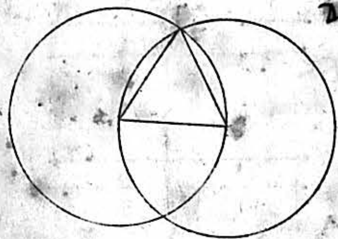
ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα. καὶ τὰ
τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. καὶ τὰ τοῦ αὐ-
τοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽
ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν
ἐστιν. καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

.I.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγω-
νου ἰσόπλευρον συστήσασθαι. **PRO. .I.** *probl. .I.*

EK

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ α β. δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς
α β εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. κέντρῳ μὲν
τῷ α. καὶ διαστήματι τῷ α β. κύκλος γεγράφθω ὁ γ δ β
καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ β. διαστήματι δὲ τῷ β α.
κύκλος γεγράφθω ὁ γ α ε. καὶ ἀπὸ τοῦ γ σημείου κα-
θ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι ἐπὶ τὰ α β σημεῖα
Dem° ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ γ α, γ β. καὶ ἐπεὶ τὸ α ση-
μεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γ δ β κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ α γ τῇ α β.
πάλιν ἐπεὶ τὸ β σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ γ α ε κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ β γ τῇ β α. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ γ α τῇ α β ἴση.
ἑκατέρα ἄρα τῶν γ α. γ β. τῇ α β ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ
ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. καὶ ἡ γ α ἄρα τῇ γ β ἐστὶν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ γ α.
concl° α β. β γ. ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ α β γ τρί-
γωνον. καὶ συνίσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης
τῆς α β. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. .II.



Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην
εὐθεῖαν θέσθαι. **PRO. .II.** *probl. ii*

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ α. ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα
ἡ β γ. δεῖ δὴ πρὸς τῷ α σημείῳ τῇ β γ ἴσην εὐ-

ἔσται οὕτως· ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὸ
β σημεῖον εὐθεῖα ἡ α β· καὶ συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγω-
νον ἰσόπλευρον τὸ δ α β· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθεί-
αις ταῖς δ α δ β εὐθεῖαι, αἱ α ε β ζ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ
β· διαστήματι δὲ τῷ β γ· κύκλος γεγράφθω ὁ γ η θ· καὶ
πάλιν· κέντρῳ τῷ δ καὶ διαστήματι τῷ δ η· θ γεγράφθω
D ὁ η κ λ. ἐπεὶ οὖν τὸ β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γ η θ. Dᵒ
ἴση ἐστὶν ἡ β γ τῇ β η· πάλιν ἐπεὶ τὸ δ σημεῖον, κέντρον καὶ
ἐστὶ τοῦ η κ λ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ δ λ τῇ δ η· ὧν ἡ δ α τῇ
δ β ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ α λ. λοιπῇ τῇ β η ἐστὶν ἴση.
ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ β γ· τῇ β η ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν α λ β γ
το τῇ β η ἐστὶν ἴση· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα· καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· το
καὶ ἡ α λ ἄρα τῇ β γ ἐστὶν ἴση. πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ concl°
τῷ α· τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ β γ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ α
λ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

iii.

PRO. iii.
probl. iii

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων· ἀπὸ τῆς μείζονος
τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι β εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ α β, γ· ὧν μεί- EK
ζων ἔστω ἡ α β· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς α β τῇ ἐλάσ-
σονι τῇ γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν. κείσθω πρὸς τῷ α ση-
μείῳ τῇ γ εὐθείᾳ ἴση ἡ α δ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ α· δια-
στήματι δὲ τῷ α δ· κύκλος γεγράφθω ὁ δ ε ζ· καὶ ἐ- Dem°
πεὶ τὸ α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ δ ε ζ κύκλου.
ἴση ἐστὶν ἡ α ε τῇ α δ· ἀλλὰ καὶ ἡ γ τῇ α δ ἐστὶν
ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν α ε, γ· τῇ α δ ἐστὶν ἴση· ὥσ- concl°
τε καὶ ἡ α ε τῇ γ ἐστὶν ἴση· δύο ἄρα δοθεισῶν
εὐθειῶν ἀνίσων τῶν α β, γ· ἀπὸ τῆς μείζονος ~~τῆς~~
τῆς α β τῇ ἐλάσσονι τῇ γ ἴση ἀφῄρηται ἡ α ε ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι.

PRO. IIII.
Theo. i.

ἂν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν μίαν γωνίαν τῇ μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

[ἔ]στω δύο τρίγωνα, τὰ $\overline{αβγ}$· $\overline{δεζ}$· τὰς β πλευρὰς τὰς $\overline{αβ}$ $\overline{αγ}$ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς $\overline{δε}$ $\overline{δζ}$· ἴσας ἔχοντα, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· τὴν μὲν $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{δε}$· τὴν δὲ $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{δζ}$, καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ $\overline{βαγ}$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\overline{εδζ}$ ἴσην, λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ $\overline{βγ}$, βάσει τῇ $\overline{εζ}$ ἴση ἐστί, καὶ τὸ $\overline{αβγ}$ τρίγωνον, τῷ $\overline{δεζ}$ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἡ μὲν ὑπὸ $\overline{αβγ}$· τῇ ὑπὸ $\overline{δεζ}$· ἡ δὲ ὑπὸ $\overline{αγβ}$· τῇ ὑπὸ $\overline{δζε}$· ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ $\overline{αβγ}$ τριγώνου, ἐπὶ τὸ $\overline{δεζ}$ τρίγωνον· καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν $\overline{α}$ σημείου ἐπὶ τὸ $\overline{δ}$ σημεῖον· τῆς δὲ $\overline{αβ}$ εὐθείας ἐπὶ τὴν $\overline{δε}$. ἐφαρμόσει καὶ τὸ $\overline{β}$ σημεῖον· ἐπὶ τὸ $\overline{ε}$. διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{δε}$. ἐφαρμοσάσης δὲ τῆς $\overline{αβ}$ ἐπὶ τὴν $\overline{δε}$. ἐφαρμόσει καὶ ἡ $\overline{αγ}$ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν $\overline{δζ}$· διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ $\overline{βαγ}$ γωνίαν τῇ

EK

Η λεγω

Dem. p impossibile

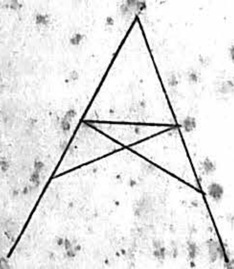
ἐπὶ τὴν δζ· ὥστε καὶ τὸ γ σημεῖον, ἐπὶ τὸ ζ σημεῖον
ἐφαρμόσει, διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν αγ. τῇ δζ.
ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ β ἐπὶ τὸ ε ἐφηρμόκει, ὥστε βάσις ἡ ε
ἡ βγ. ἐπὶ βάσιν τὴν εζ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν
β ἐπὶ τὸ ε ἐφαρμόσαντος. τοῦ δὲ γ ἐπὶ τὸ ζ ἡ βγ βά-
σις ἐπὶ τὴν εζ οὐκ ἐφαρμόσει. δύο εὐθεῖαι χω- +
ρίον περιέξουσιν. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄ-
ρα ἡ βγ βάσις ἐπὶ τὴν εζ. καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται. ὥστε
καὶ ὅλον τὸ αβγ τρίγωνον, ἐπὶ ὅλον τὸ δεζ τρίγω-
νον ἐφαρμόσει. καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται. καὶ αἱ λοιπαὶ
γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι, καὶ
ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. ἡ μὲν ὑπὸ αβγ τῇ ὑπὸ δεζ. +αὐταῖς
ἡ δὲ ὑπὸ αγβ τῇ ὑπὸ δζε. ἐὰν ἄρα δύο τρί- comm°
γωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔ-
χῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην καὶ
τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει. καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώ-
νῳ ἴσον ἔσται. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γω-
νίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴ-
σαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ὅπερ ἔδει δεῖ-
ξαι.

.iiii.

THEOR. ii. V.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι
ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων
εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
ἔσονται.

.V. Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ αβγ. ἴσην ἔχον τὴν EK
αβ πλευρὰν τῇ αγ πλευρᾷ. καὶ προσεκβεβλή-
σθωσαν ἐπ᾽ εὐθείας ταῖς αβ αγ. εὐθεῖαι αἱ βδ



γε· λέγω ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ αβγ γωνία τῇ ὑπὸ
K αγβ ἴση ἐστί· ἡ δὲ ὑπὸ γβδ τῇ ὑπὸ βγε. Εἰλή-
φθω γὰρ ἐπὶ τῆς βδ τυχὸν σημεῖον τὸ ζ καὶ ἀ-
φῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς αε τῇ ἐλάσσονι
τῇ αζ ἴση ἡ αη· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζγ ηβ
De εὐθεῖαι. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αζ τῇ αη· ἡ
δὲ αβ τῇ αγ· δύο δὴ αἱ ζα αγ δυσὶ ταῖς ηα αβ
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνίαν κοινὴν
περιέχουσι τὴν ὑπὸ ζαη· βάσις ἄρα ἡ ζγ· βά-
σει τῇ ηβ ἴση ἐστὶ καὶ τὸ αζγ τρίγωνον τῷ αη
β τριγώνῳ ἴσον ἔσται· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς
λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκα-
τέρᾳ· ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·
ἡ μὲν ὑπὸ αγζ τῇ ὑπὸ αβη, ἡ δὲ ὑπὸ
αζγ τῇ ὑπὸ αηβ· καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ αζ ὅλῃ
τῇ αη ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ αβ τῇ αγ ἐστὶν ἴση· λοι-
πὴ ἄρα ἡ βζ λοιπῇ τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἐδεί-
χθη δὲ καὶ ἡ ζγ τῇ ηβ ἴση· δύο δὴ αἱ βζ
ζγ δυσὶ ταῖς γη ηβ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέ-
ρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βζγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γηβ
ἴση· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ βγ· καὶ τὸ βζγ
ἄρα τρίγωνον τῷ γηβ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ
καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι
ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευ-
ραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ
ζβγ τῇ ὑπὸ ηγβ· ἡ δὲ ὑπὸ βγζ τῇ ὑ-
πὸ γβη. Ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ αβη γωνία ὅλῃ τῇ λ η
ὑπὸ αγζ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ γβη

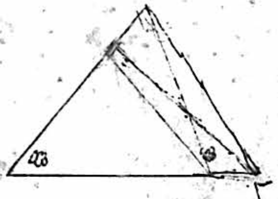
τῇ ὑπὸ βγζ ἴση. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ αβγ λοιπῇ ang
τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση. καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ
αβγ τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζβγ τῇ
ὑπὸ ηγβ ἴση. καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν. Τῶν ἄρα ἰ- Concl°
σοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι
ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐ-
θειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις
ἔσονται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI.

ὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι·
καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευ-
ραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται. PROB. VI

THE iii

E στω τρίγωνον τὸ αβγ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ αβγ
γωνίαν τῇ ὑπὸ αγβ γωνίᾳ. λέγω ὅτι καὶ πλευ-
ρὰ ἡ αβ πλευρᾷ τῇ αγ ἐστὶν ἴση. Εἰ γὰρ ἄνισός Dem p imp
ἐστιν ἡ αβ τῇ αγ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω
μείζων ἡ αβ. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς
αβ τῇ ἐλάττονι τῇ αγ ἴση ἡ δβ. καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ δγ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δβ τῇ αγ. κοι-
νὴ δὲ ἡ βγ. δύο δὴ αἱ δβ, βγ δυσὶ ταῖς αγ, γβ
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ
ὑπὸ δβγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ αγβ ἐστὶν ἴση. βάσις interioris trianguli
ἄρα ἡ δγ βάσει τῇ αβ ἴση ἐστί. καὶ τὸ δβγ τρί-
γωνον τῷ αβγ τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ. τὸ ἔλαττον
τῷ μείζονι. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ
αβ τῆς αγ. ὁμοίως δὲ δείξομεν ὅτι οὐδὲ eadem
ἡ αγ μείζων ἐστὶ τῆς αβ. ἴση ἄρα. Ἐὰν ἄρα τρι- concl°
γώνου



αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

vii

ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις. ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

pro vii
the. iiii
Ex

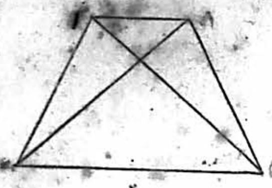
Εἰ γὰρ δυνατόν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς ΑΓ. ΓΒ. ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ. ΔΒ. ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι τὰ ΑΒ. ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΓ τῇ ΔΑ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Α· τὴν δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Β. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΔ.

Dem

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ εὐθεῖα τῇ ΑΔ. ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνία τῆς ἡμισείας τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

concl

οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ



σημεῖον ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VIII

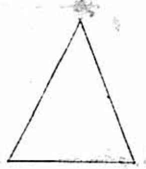
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει· τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἀντιστροφὸ(ς) — conversio c(on)clusionis

προτ. VIII — τη. ε.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ α β γ, δ ε ζ, τὰς δύο πλευρὰς τὰς α β, α γ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς δ ε, δ ζ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· τὴν μὲν α β τῇ δ ε· τὴν δὲ α γ τῇ δ ζ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν β γ βάσει τῇ ε ζ ἴσην· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ β α γ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ε δ ζ ἴση ἐστίν·

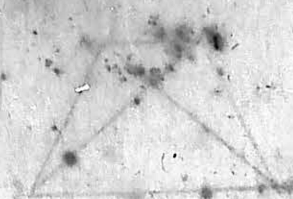




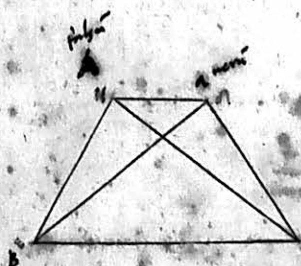
Dem(onstratio)

ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ α β γ τριγώνου ἐπὶ τὸ δ ε ζ τρίγωνον· καὶ τιθεμένου μὲν τοῦ β σημείου ἐπὶ τὸ ε σημεῖον· τῆς δὲ β γ εὐθείας ἐπὶ τὴν ε ζ ἐφαρμόσει καὶ τὸ γ σημεῖον ἐπὶ τὸ ζ· λ ἐφαρμοζούσης δὴ τῆς β γ ἐπὶ τὴν ε ζ, ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ β α, α γ ἐπὶ τὰς ε δ, δ ζ. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ β γ ἐπὶ βάσιν τὴν ε ζ ἐφαρμόσει· αἱ δὲ β α, α γ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ε δ, δ ζ οὐκ ἐφαρμόσουσιν, ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ ε η, η ζ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι· οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς β γ

λ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν β γ τῇ ε ζ.



βάσεως ἐπὶ τὴν εζ βάσιν. οὐκ ἐφαρμόσουσι.
καὶ αἱ βα. αγ πλευραί, ἐπὶ τὰς εδ. δζ.
ἐφαρμόσουσιν ἄρα, ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαγ
ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ εδζ ἐφαρμόσει. καὶ ἴση
concl. αὐτῇ ἔσται. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς
δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ,
καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ καὶ τὴν γωνίαν
τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν
περιεχομένην. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

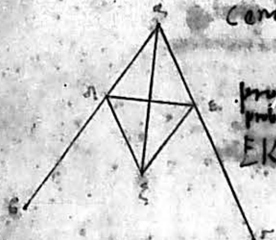


IX.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

prop. ix
prob. ix

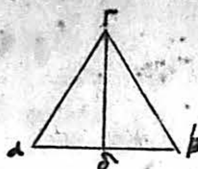
Ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος, ἡ ὑπὸ βαγ. δεῖ
δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν
σημεῖον τὸ δ. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς αγ τῇ αδ
ἴση ἡ αε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε. καὶ συνεστάτω ἐπὶ
τῆς δε τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ δεζ. καὶ ἐπεζεύ-
χθω ἡ αζ. λέγω ὅτι ἡ ὑπὸ βαγ γωνία δίχα τέτ-
DEM μηται ὑπὸ τῆς αζ εὐθείας. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ
αδ τῇ αε, κοινὴ δὲ ἡ αζ. δύο δὴ αἱ δα αζ. δυ-
σὶ ταῖς εα αζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ
con βάσις ἡ δζ βάσει τῇ εζ ἴση ἐστί. γωνία ἄρα ἡ
ὑπὸ δαζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εαζ ἴση ἐστίν. ἡ ἄρα
concl δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ βαγ δίχα
τέτμηται ὑπὸ τῆς αζ εὐθείας ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



X.

prob. x
EK

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τε-
μεῖν.



ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ αβ· δεῖ δὴ τὴν αβ δίχα τεμεῖν. συνεστάτω ἀπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ αβγ· καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ αγβ γωνία δίχα τῇ γδ εὐθείᾳ. λέγω ὅτι ἡ αβ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ δ σημεῖον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ γβ· κοινὴ δὲ ἡ γδ· δύο δὴ αἱ αγ γδ δυσὶ ταῖς βγ γδ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αγδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βγδ ἴση ἐστί. DEM

βάσις ἄρα ἡ αδ βάσει τῇ βδ ἴση ἐστίν. ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ αβ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. Concl°

ξι

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ· τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ γ σημείου τῇ αβ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αγ τυχὸν σημεῖον τὸ δ· καὶ κείσθω τῇ γδ ἴση ἡ γε· καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς δε τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ζδε· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζγ. λέγω ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ αβ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῆς δοθέντος σημείου τοῦ γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ζγ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ δγ τῇ γε· κοινὴ δὲ ἡ γζ· δύο δὴ αἱ δγ γζ δυσὶ ταῖς εγ γζ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ δζ βάσει τῇ εζ ἴση ἐστί· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ δγζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εγζ ἴση ἐστί· καὶ εἰσὶν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν· ὀρθὴ

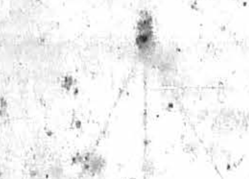


ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ δγζ ζγε. τῇ ἄρα δο- concl
θείσῃ εὐθείᾳ τῇ αβ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος ση-
μείου τοῦ γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκ-
ται ἡ γζ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

.XII.



Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δο- prob
θέντος σημείου ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐ- prop
θεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.



Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ αβ· τὸ δὲ δο-
θὲν σημεῖον ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς τὸ γ. δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν
δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν αβ ἀπὸ τοῦ δοθέν-
τος σημείου τοῦ γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς κάθετον εὐ-
K θεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα
μέρη τῆς αβ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ δ· καὶ κέντρῳ
τῷ γ καὶ διαστήματι τῷ γδ κύκλος γεγράφθω
ὁ εζη, καὶ τετμήσθω ἡ εη δίχα κατὰ τὸ θ· καὶ ἐ-
πεζεύχθωσαν αἱ γη γθ γε. λέγω ὅτι ἐπὶ τὴν δο-
θεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν αβ ἀπὸ τοῦ δοθέντος
σημείου τοῦ γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς κάθετος ἦκται
DE ἡ γθ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ηθ τῇ θε· κοινὴ δὲ ἡ θγ·
δύο δὴ αἱ ηθ θγ δύο ταῖς εθ θγ ἴσαι εἰ-
σὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ γη βάσει τῇ
γε ἐστὶν ἴση. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ γθη γωνίᾳ τῇ ὑ-
πὸ εθγ ἐστὶν ἴση· καὶ εἰσὶν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ
εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γω-
νίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν
ἴσων γωνιῶν ἐστιν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κα-

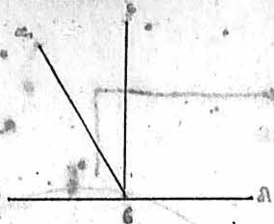
οὗτος καλεῖται. ἐφ' ἣν ἐφέστηκε. ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν Α Β. ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ. ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς κάθετος ἦκται ἡ Γ Θ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

XIII

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

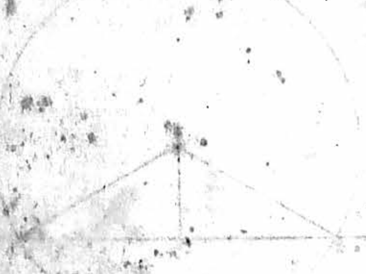
Εὐθεῖα γάρ τις ἡ Α Β ἐπ' εὐθεῖαν τὴν Γ Δ σταθεῖσα γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ Γ Β Α, Α Β Δ. λέγω ὅτι αἱ ὑπὸ Γ Β Α, Α Β Δ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ Γ Β Α τῇ ὑπὸ Α Β Δ δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ Γ Δ πρὸς ὀρθὰς ἡ Β Ε. αἱ ἄρα ὑπὸ Γ Β Ε, Ε Β Δ δύο ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ Γ Β Ε δυσὶ ταῖς ὑπὸ Γ Β Α, Α Β Ε ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ Ε Β Δ. αἱ ἄρα ὑπὸ Γ Β Ε, Ε Β Δ τρισὶ ταῖς ὑπὸ Γ Β Α, Α Β Ε, Ε Β Δ ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ Δ Β Α δυσὶ ταῖς ὑπὸ Δ Β Ε, Ε Β Α ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ Α Β Γ. αἱ ἄρα ὑπὸ Δ Β Α, Α Β Γ τρισὶ ταῖς ὑπὸ Δ Β Ε, Ε Β Α, Α Β Γ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ Γ Β Ε, Ε Β Δ τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. καὶ αἱ δύο αἱ ὑπὸ Γ Β Ε, Ε Β Δ ἄρα ταῖς ὑπὸ Δ Β Α, Α Β Γ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ Γ Β Ε

ε̄β̄δ̄, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



XIIII.

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

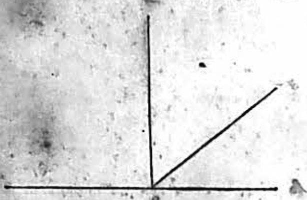


Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ ᾱβ̄· καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ β̄, δύο εὐθεῖαι αἱ β̄γ̄, β̄δ̄, μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ᾱβ̄γ̄, ᾱβ̄δ̄, δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν. λέγω ὅτι ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶν τῇ γ̄β̄, ἡ β̄δ̄. εἰ γὰρ μή ἐστιν τῇ β̄γ̄ ἐπ᾽ εὐθείας ἡ β̄δ̄, ἔστω τῇ γ̄β̄ ἐπ᾽ εὐθείας ἡ β̄ε̄. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ᾱβ̄, ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν γ̄β̄ε̄ ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ ᾱβ̄γ̄, ᾱβ̄ε̄ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ γ̄β̄ᾱ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ᾱβ̄ε̄, λοιπῇ τῇ ὑπὸ ᾱβ̄δ̄ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶν ἡ β̄ε̄ τῇ γ̄β̄. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς β̄δ̄. ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ γ̄β̄ τῇ β̄δ̄.

DEM° y impos

concl°

ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



XV.

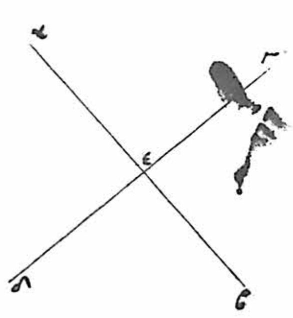
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ

κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν :~

DEM Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ αβ γδ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε σημεῖον. λέγω ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ αεγ γωνία τῇ ὑπὸ δεβ. ἡ δὲ ὑπὸ γεβ τῇ ὑπὸ αεδ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ αε ἐπ' εὐθεῖαν τὴν γδ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ γεα. αεδ. αἱ ἄρα ὑπὸ γεα. αεδ. γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ δε ἐπ' εὐθεῖαν τὴν αβ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ αεδ δεβ. αἱ ἄρα ὑπὸ αεδ. δεβ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ γεα. αεδ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. αἱ ὑπὸ γεα. αεδ ἄρα ταῖς ὑπὸ αεδ δεβ ἴσαι εἰσί. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ αεδ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γεα λοιπῇ τῇ ὑπὸ δεβ ἴση ἐστίν. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ γεβ δεα ἴσαι εἰσίν.

Concl ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~

PORISMA Καὶ ἐκ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας κατὰ τὸ σημεῖον, τὰς πρὸς τῷ σημείῳ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν :~ — ιε' ἡ. ποιήσουσιν :~



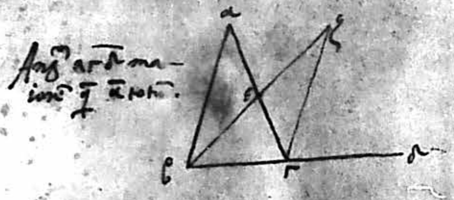
.XVI.

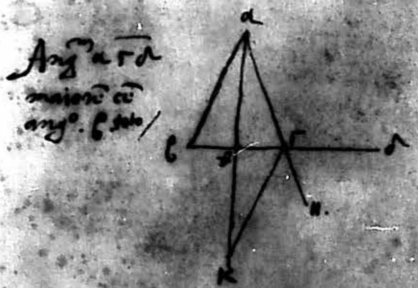
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν :~

Ek Ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ βγ ἐπὶ τὸ δ. λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ αγδ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ γβα. βαγ γωνιῶν.

Ka τετμήσθω ἡ αγ δίχα κατὰ τὸ ε. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ βε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ. καὶ κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζγ καὶ διήχθω ἡ αγ ἐπὶ τὸ η.

DEM ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν αε τῇ εγ. ἡ δὲ βε τῇ εζ. δύο δὴ αἱ αε εβ δυσὶ



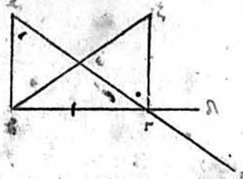


τοῖς ζε εξ· ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ α ε β γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζ ε γ ἴση ἐστὶ· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ α β βάσει τῇ ζ γ ἴση ἐστί· καὶ τὸ α β ε τρίγωνον τῷ ζ ε γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ β α ε τῇ ὑπὸ ε γ ζ. μείζων δέ ἐστιν ἡ ὑπὸ ε γ δ τῆς ὑπὸ ε γ ζ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ α γ δ τῆς ὑπὸ β α ε. ὁμοίως δὴ τῆς β γ τετμημένης δίχα, δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ β γ η, τουτέστιν ἡ ὑπὸ α γ δ, μείζων καὶ τῆς ὑπὸ α β γ. παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

+ 4ta

DEM.

Concl

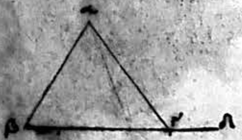




XVII

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ α β γ. λέγω ὅτι τοῦ α β γ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ β γ ἐπὶ τὸ δ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ α β γ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ α γ δ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ α β γ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ α γ β· αἱ ἄρα ὑπὸ α γ δ, α γ β τῶν ὑπὸ α β γ, β γ α μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ α γ δ, α γ β δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ α β γ, β γ α δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ β α γ, α γ β δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι, καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ γ α β, α β γ. παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



conclo

XVIII

X viii

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ αβγ μείζονα ἔχον τὴν αγ πλευρὰν τῆς
αβ. λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβγ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ βγα
ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αγ τῆς αβ· κείσθω τῇ αβ ἴση ἡ αδ· καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ βδ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ βδγ ἐκτός ἐστι γω-
νία ἡ ὑπὸ αδβ μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ
δγβ. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ αδβ τῇ ὑπὸ αβδ ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ α-
β τῇ αδ ἐστὶν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ αβδ τῆς ὑπὸ αγβ·
πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ αβγ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ αγβ. παντὸς ἄρα
τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει·

XIX

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευ-
ρὰ ὑποτείνει·

Ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τῆς
ὑπὸ βγα. λέγω ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ αγ πλευρᾶς τῆς αβ μεί-
ζων ἐστίν· εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ αβ ἢ ἐλάττων· ἴση
μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ αγ τῇ αβ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ
αβγ τῇ ὑπὸ αγβ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ αγ τῇ αβ·
οὐδὲ μὴν ἐλάττων ἐστὶν ἡ αγ τῆς αβ· ἐλάττων γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνί
ἡ ὑπὸ αβγ τῆς ὑπὸ αγβ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάττων ἐστὶν ἡ
αγ τῆς αβ· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστί· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ αγ
τῆς αβ· παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνί ἡ μεί
πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

XX

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές
εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι·

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ αβγ. λέγω ὅτι τοῦ αβγ τριγώνου αἱ δύο
πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι·
αἱ μὲν βα αγ τῆς βγ· αἱ δὲ αβ βγ τῆς αγ· αἱ δὲ βγ γα
·1· 2 3

K τῆς αβ. διήχθω γὰρ ἡ βα ἐπὶ τὸ δ σημεῖον καὶ κείσθω τῇ γα

D ἴση ἡ αδ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δγ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δα τῇ αγ

ἴση ἐστί. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αδγ τῇ ὑπὸ αγδ. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ βγδ τῆς ὑπὸ αδγ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ δγβ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ βγδ γωνίαν τῆς ὑπὸ αδγ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. ἡ δβ ἄρα τῆς βγ ἐστὶ μείζων. ἴση δὲ ἡ δα τῇ αγ. μείζονες ἄρα αἱ βα αγ τῆς βγ. ὁμοίως δὴ δείξομεν. ὅτι καὶ αἱ μὲν αβ βγ τῆς γα μείζονές εἰσιν. αἱ δὲ βγ γα τῆς αβ. παντὸς ἄρα

C. τριγώνου. αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς. μείζονές εἰσι. πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

ἀλλὰ ἡ ὑ... β.γ.δ. ... τῆς ὑπὸ ... μείζων ...

XXI

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι:~

Ek Τριγώνου γὰρ τοῦ αβγ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς βγ ἀπὸ τῶν περάτων βγ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ βδ δγ. λέγω ὅτι αἱ βδ δγ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν βα αγ ἐλάσσονες μέν εἰσι. μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ βδγ τῆς ὑπὸ βαγ. διήχθω γὰρ ἡ βδ ἐπὶ τὸ ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ

D τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι τοῦ αβε ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ αβ αε τῆς βε μείζονές εἰσι. καὶ προσκείσθω ἡ εγ. αἱ ἄρα βα αγ τῶν βε εγ μείζονές εἰσι. πάλιν ἐπεὶ τοῦ γεδ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ γε εδ τῆς γδ μείζονές εἰσι. κοινὴ προσκείσθω ἡ δβ. αἱ γε εβ ἄρα τῶν γδ δβ μείζονές εἰσι. ἀλλὰ τῶν βε εγ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ βα

D² ut anguli αγ, τῶν βδ δγ μείζονές εἰσι. πάλιν ἐπεὶ παντὸς τρι-

πολλῷ ἄρα αἱ βα, αγ

ἐκθεσ

κατ

γώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί. τοῦ γ ε δ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ β δ γ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ γ ε δ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ α β ε τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ γ ε β μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ β α γ. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ γ ε β μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ β δ γ. πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ β δ γ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ β α γ. ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μέν εἰσι, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XXII

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας. διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας.

Ἔκθεσις — Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ α β γ. ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. αἱ μὲν α β τῆς γ. αἱ δὲ α γ τῆς β. καὶ ἔτι αἱ β γ τῆς α. δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς α β γ τρίγωνον συστήσασθαι. Κατ — ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ δε πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ δ. ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ ε. καὶ κείσθω τῇ μὲν α ἴση ἡ δ ζ. τῇ δὲ β ἴση ἡ ζ η. τῇ δὲ γ ἴση ἡ η θ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ζ διαστήματι δὲ τῷ ζ δ κύκλος γεγράφθω ὁ δ κ λ. πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ η διαστήματι δὲ τῷ η θ κύκλος γεγράφθω ὁ κ λ θ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κ ζ κ η. λέγω ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς α β γ τρίγωνον συνέσταται τὸ κ ζ η. ἐπεὶ γάρ.

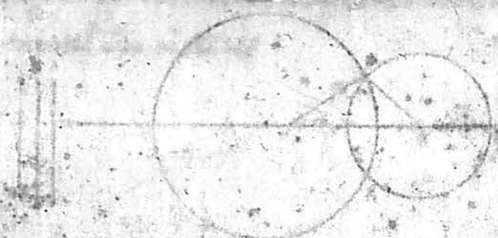
8

τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ δκλ κύκλου ἴση ἐστὶν ἡ ζδ
τῇ ζκ· ἀλλὰ ἡ ζδ· ἀλλὰ ἡ ζδ τῇ α ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ κζ
ἄρα τῇ α ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ τὸ η σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τοῦ λκθ κύκλου ἴση ἐστὶν ἡ ηθ τῇ ηκ· ἀλλὰ ἡ ηθ τῇ γ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ κη ἄρα τῇ γ ἐστὶν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ
ζη τῇ β ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ κζ ζη ηκ τρι-
σὶ ταῖς α β γ ἴσαι εἰσίν· ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν Con
κζ ζη ηκ αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις
ταῖς α β γ τρίγωνον συνέσταται τὸ κζη ὅπερ ἔδει ποι-
ῆσαι.

XXIII

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν
εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ α β· τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ ση-
μεῖον τὸ α· ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος
ἡ ὑπὸ δγε· δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ α β
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐ-
θυγράμμῳ τῇ ὑπὸ δγε ἴσην γωνίαν εὐθύγραμ-
μον συστήσασθαι· εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν γδ K
γε τυχόντα σημεῖα τὰ δ ε καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε·
ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς γδ δε εγ ᵽ xxii
τρίγωνον συνεστάτω τὸ αζη ὥστε ἴσην εἶναι τὴν
μὲν γδ τῇ αζ· τὴν δὲ γε τῇ αη καὶ ἔτι τὴν δε
D τῇ ζη· ἐπεὶ οὖν δύο αἱ δγ γε δύο ταῖς ζα αη ᵽ viii
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ δε βά-
σει τῇ ζη ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ δγε γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
Con. ζαη ἐστὶν ἴση· πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ αβ

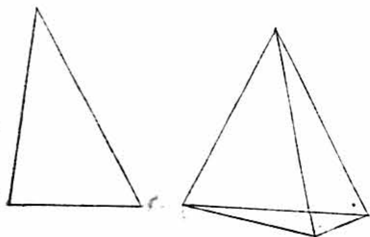


καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυ-
γράμμῳ τῇ ὑπὸ δ γ ε ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται
ἡ ὑπὸ ζ α η· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

X X IIII

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ
πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ
γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν
ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς
βάσεως μείζονα ἕξει:-

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ α β γ δ ε ζ· τὰς δύο πλευρὰς
τὰς α β α γ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς δ ε δ ζ·
ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν α β τῇ δ ε.
τὴν δὲ α γ τῇ δ ζ γωνία δὲ ἡ ὑπὸ β α γ γωνίας τῆς
ὑπὸ ε δ ζ μείζων ἔστω. λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ β γ βά-
σεως τῆς ε ζ μείζων ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ
β α γ γωνία τῆς ὑπὸ ε δ ζ γωνίας συνεστάτω πρὸς
τῇ δ ε εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ δ τῇ
ὑπὸ β α γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ε δ η· καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ
τῶν α γ δ ζ ἴση ἡ δ η καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ η ε ζ η.
ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α β τῇ δ ε. ἡ δὲ α γ τῇ δ η.
δύο δὴ αἱ β α α γ δυσὶ ταῖς ε δ δ η ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ β α γ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ ε δ η ἴση. βάσις ἄρα ἡ β γ βάσει τῇ ε η
ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δ η τῇ δ ζ ἴση ἐστὶν
καὶ ἡ ὑπὸ δ η ζ γωνία τῇ ὑπὸ δ ζ η· μείζων ἄρα ἡ
ὑπὸ δ ζ η τῆς ὑπὸ ε η ζ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ε ζ η τῆς ὑπὸ ε η ζ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ
ε ζ η· μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ε ζ η γωνίαν τῆς ὑπὸ ε η ζ.





τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ κύκλου ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ
τῇ ΖΚ· ἀλλ᾽ ἡ ΖΔ, ἀλλ᾽ ἡ ΖΔ τῇ Α ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΚΖ
ἄρα τῇ Α ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τοῦ ΛΚΘ κύκλου ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ· ἀλλ᾽ ἡ ΗΘ τῇ Γ
ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ Γ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ
ΖΗ τῇ Β ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ τρι-
σὶ ταῖς Α Β Γ ἴσαι εἰσίν. ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν Con
ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις
ταῖς Α Β Γ τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ· ὅπερ ἔδει ποι-
ῆσαι:-

XXIII

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν
εὐθύγραμμον συστήσασθαι:-

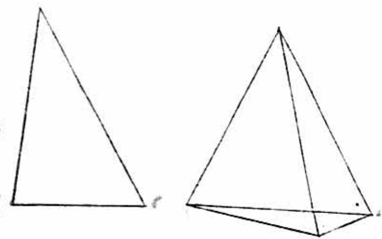
Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ ση-
μεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ
ὑπὸ ΔΓΕ. δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ
καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐ-
θυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμ-
K μον συστήσασθαι. εἰλήφθω ἐφ᾽ ἑκατέρας τῶν ΓΔ
ΓΕ τυχόντα σημεῖα τὰ Δ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· καὶ
ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς ΓΔ ΔΕ ΕΓ τρί- p xxii
γωνον συνεστάτω τὸ ΑΖΗ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν
μὲν ΓΔ τῇ ΑΖ, τὴν δὲ ΓΕ τῇ ΑΗ, καὶ ἔτι τὴν ΔΕ
D τῇ ΖΗ. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΔΓ ΓΕ δύο ταῖς ΖΑ ΑΗ p viii
ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ ΔΕ βά-
σει τῇ ΖΗ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
Con. ΖΑΗ ἐστὶν ἴση. πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ

καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α̅ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυ-
γράμμῳ τῇ ὑπὸ δ̅ γ̅ ε̅ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται
ἡ ὑπὸ ζ̅ α̅ η̅ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι :-

XXIIII

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ
πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ
γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν
ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς
βάσεως μείζονα ἕξει :-

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ α̅ β̅ γ̅ δ̅ ε̅ ζ̅, τὰς δύο πλευρὰς
τὰς α̅ β̅ α̅ γ̅ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς δ̅ ε̅ δ̅ ζ̅
ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν α̅ β̅ τῇ δ̅ ε̅,
τὴν δὲ α̅ γ̅ τῇ δ̅ ζ̅, γωνία δὲ ἡ ὑπὸ β̅ α̅ γ̅ γωνίας τῆς
ὑπὸ ε̅ δ̅ ζ̅ μείζων ἐστω· λέγω ὅτι καὶ βάσις ἡ β̅ γ̅ βά-
σεως τῆς ε̅ ζ̅ μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ
β̅ α̅ γ̅ γωνία τῆς ὑπὸ ε̅ δ̅ ζ̅ γωνίας, συνεστάτω πρὸς
τῇ δ̅ ε̅ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ δ̅ τῇ
ὑπὸ β̅ α̅ γ̅ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ε̅ δ̅ η̅· καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ
τῶν α̅ γ̅ δ̅ ζ̅ ἴση ἡ δ̅ η̅ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ η̅ ε̅ ζ̅ η̅.
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν α̅ β̅ τῇ δ̅ ε̅, ἡ δὲ α̅ γ̅ τῇ δ̅ η̅,
δύο δὴ αἱ β̅ α̅ α̅ γ̅ δυσὶ ταῖς ε̅ δ̅ δ̅ η̅ ἴσαι εἰσὶν
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ β̅ α̅ γ̅ γωνίᾳ
τῇ ὑπὸ ε̅ δ̅ η̅ ἴση· βάσις ἄρα ἡ β̅ γ̅ βάσει τῇ ε̅ η̅
ἐστὶν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δ̅ η̅ τῇ δ̅ ζ̅ ἴση ἐστὶ
καὶ ἡ ὑπὸ δ̅ η̅ ζ̅ γωνία τῇ ὑπὸ δ̅ ζ̅ η̅· μείζων ἄρα ἡ
ὑπὸ δ̅ ζ̅ η̅ τῆς ὑπὸ ε̅ η̅ ζ̅· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν
ἡ ὑπὸ ε̅ ζ̅ η̅ τῆς ὑπὸ ε̅ η̅ ζ̅. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ
ε̅ ζ̅ η̅ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ε̅ ζ̅ η̅ γωνίαν τῆς ὑπὸ ε̅ η̅ ζ̅.



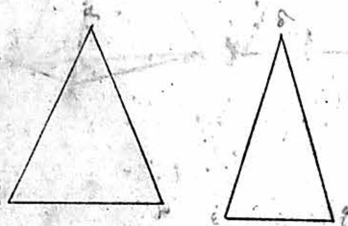
p. 19.

ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ ε̄η̄ τῆς ε̄ζ̄· ἴση δὲ ἡ ε̄η̄ τῇ β̄γ̄· μείζων ἄρα καὶ ἡ β̄γ̄ τῆς ε̄ζ̄· ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

XXV.

Antistroph[o] …

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.



Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ α̅β̅γ̅, δ̅ε̅ζ̅, τὰς δύο πλευρὰς τὰς α̅β̅, α̅γ̅ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς δ̅ε̅, δ̅ζ̅ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν α̅β̅ τῇ δ̅ε̅, τὴν δὲ α̅γ̅ τῇ δ̅ζ̅· βάσις δὲ ἡ β̅γ̅ βάσεως τῆς ε̅ζ̅ μείζων ἔστω· λέγω ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ β̅α̅γ̅ γωνίας τῆς ὑπὸ ε̅δ̅ζ̅ μείζων ἐστίν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ β̅α̅γ̅ τῇ ὑπὸ ε̅δ̅ζ̅· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ β̅γ̅ βάσει τῇ ε̅ζ̅· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση γωνία ἡ ὑπὸ β̅α̅γ̅ τῇ ὑπὸ ε̅δ̅ζ̅· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ β̅α̅γ̅ τῆς ὑπὸ ε̅δ̅ζ̅· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ ἡ βάσις ἡ β̅γ̅ βάσεως τῆς ε̅ζ̅· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ β̅α̅γ̅ τῆς ὑπὸ ε̅δ̅ζ̅· ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα

DE

ab enumeratione

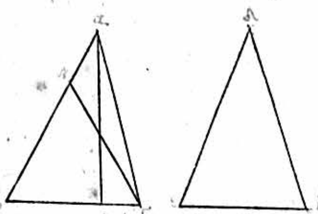
βάσιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XXVI

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ. ΔΕΖ. τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ. ΒΓΑ. δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ. ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἐχέτω δὲ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην, τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν· ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΗΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΔΕ.

ἡ δὲ β γ τῇ ε ζ. δύο δὴ αἱ η β γ. δυσὶ ταῖς
δ ε ε ζ. ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία
ἡ ὑπὸ η β γ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δ ε ζ. ἴση ἐστὶ βάσις
ἄρα ἡ η γ. βάσει τῇ δ ζ. ἴση ἐστὶ. καὶ τὸ η γ β
τρίγωνον τῷ δ ε ζ. τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ. καὶ αἱ λοι-
παὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις. ἴσαι ἔσονται
ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα
ἡ ὑπὸ η γ β γωνία τῇ ὑπὸ δ ζ ε. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ
δ ζ ε. τῇ ὑπὸ β γ α. ὑπόκειται ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ
β γ η. ἄρα τῇ ὑπὸ β γ α. ἴση ἐστὶν ἡ ἐλάσσων τῇ
μείζονι. ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισος ἐστὶν ἡ
α β. τῇ δ ε. ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ β γ. τῇ ε ζ ἴ-
ση. δύο δὴ αἱ α β. β γ. δύο ταῖς δ ε. ε ζ. ἴσαι εἰσὶν ταῖς
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ α β γ γωνί-
ᾳ τῇ ὑπὸ δ ε ζ ἐστὶν ἴση. βάσις ἄρα ἡ α γ. βάσει τῇ
δ ζ. ἴση ἐστί. καὶ ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ γ α β. τῇ λοι-
πῇ γωνίᾳ. τῇ ὑπὸ ε δ ζ. ἴση ἐστίν. ἀλλὰ δὴ πάλιν
ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑπο-
τείνουσαι ἴσαι ὡς ἡ α β τῇ δ ε. λέγω πάλιν ὅτι
καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς
ἴσαι ἔσονται. ἡ μὲν α γ τῇ δ ζ. ἡ δὲ β γ τῇ
ε ζ. καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ β α γ τῇ λοιπῇ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ε δ ζ. ἴση ἐστίν. εἰ γὰρ ἄνισος ἐστὶν
ἡ β γ τῇ ε ζ. μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω (εἰ
δυνατόν) μείζων ἡ β γ. καὶ κείσθω τῇ ε ζ. ἴση ἡ β θ.
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ α θ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν β θ.
τῇ ε ζ. ἡ δὲ α β τῇ δ ε. δύο δὴ αἱ α β. β θ. δυσὶ
ταῖς δ ε ε ζ. ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ
γωνίας ἴσας περιέχουσιν. βάσις ἄρα ἡ α θ.
βάσει τῇ δ ζ. ἴση ἐστίν. καὶ τὸ α β θ. τρίγωνον τῷ δ



ε ζ. τριγώνῳ ἴσον ἐστὶ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοι-
παῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται. ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευ-
ραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ
ὑπὸ ΕΖΔ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΕΖΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστὶν ἴση καὶ ἡ
ὑπὸ ΒΘΑ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστὶν ἴση. τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ.
ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπε-
p. 16 ναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ. ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄ-
νισος ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ. ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ
p. 4 τῇ ΔΕ ἴση. δύο δὴ αἱ ΑΒ ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ ΕΖ ἴσαι
εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνίας ἴσας περιέ-
χουσιν. βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστί. καὶ τὸ
p. 4 ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστί. καὶ ἡ λοι-
πὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔ ταῖς
Ζ ἴση. ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ἴσ Concl
ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ
πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις
ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν καὶ
καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευ-
ραῖς ἴσας ἕξει. καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ Τέλος τοῦ πρώτου τμήματος ὅ ἐστι
γωνίᾳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:- περὶ γενέσεως, καὶ ἰσότητος καὶ ἀνισότητος
τῶν τριγώνων

XXVII

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς
ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ. παράλ-
ληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι:-

Εἰς δύο γὰρ εὐθείας τὰς ΑΒ ΓΔ. εὐθεῖα ἐμπίπτου-
σα ἡ ΕΖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ ΕΖΔ
ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω. λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν
ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. εἰ γὰρ μὴ ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ ΓΔ. D prima
συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ ΒΔ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ



α γ. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ
β δ μέρη κατὰ τὸ η. τριγώνου δὴ τοῦ η ε ζ ἡ ἐκ-
τὸς γωνία ἡ ὑπὸ α ε ζ μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπε-
ναντίον γωνίας, τῆς ὑπὸ ε ζ η· ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ α β, γ δ ἐκβαλλόμεναι συμ-
πεσοῦνται ἐπὶ τὰ β δ μέρη· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται
ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ α γ. αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη
συμπίπτουσαι, παράλληλοί εἰσιν. παράλληλος ἄρα
ἐστὶν ἡ α β τῇ γ δ. ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα
ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις
ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

XXIIX

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν
ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ
τὰ αὐτὰ μέρη, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλ-
ληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς α β γ δ εὐθεῖα ἐμπίπ-
τουσα ἡ ε ζ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ε η β
τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
μέρη τῇ ὑπὸ η θ δ ἴσην ποιείτω, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς β η θ, η θ δ δυ-
σὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ
α β τῇ γ δ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ε η β τῇ ὑπὸ
η θ δ, ~~ἐστὶν ἄρα~~ ε η β τῇ ὑπὸ α η θ ἐστὶν ἴση, κατὰ
κορυφὴν ~~γάρ~~, καὶ ὑπὸ α η θ ἄρα τῇ ὑπὸ η θ δ
ἐστὶν ἴση καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν
ἡ α β τῇ γ δ. πάλιν ἐπεὶ αἱ ὑπὸ β η θ, η θ δ δύο
ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ α η θ, β η θ



δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. ἄρα αἱ ὑπὸ α η θ. β η θ ταῖς ὑπὸ β η θ. η θ δ ἴσαι εἰσί· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ β η θ. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ α η θ. λοιπῇ τῇ ὑπὸ η θ δ ἐστὶν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἡ α β τῇ γ δ. Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

XXIX

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας:~

Εἰς γὰρ τὰς παραλλήλους εὐθείας τὰς α β. γ δ. εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ε ζ. λέγω ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ α η θ. η θ δ ἴσας ποιεῖ. καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ε η β τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ ὑπὸ η θ δ ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ β η θ. η θ δ. δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ α η θ τῇ ὑπὸ η θ δ. μία αὐτῶν ἐστι μείζων. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ α η θ / καὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ α η θ τῆς ὑπὸ η θ δ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ β η θ. αἱ ἄρα ὑπὸ α η θ. β η θ. τῶν ὑπὸ β η θ. η θ δ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ α η θ. β η θ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· αἱ ἄρα ὑπὸ β η θ. η θ δ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο

postulati

ε
α η β
θ
γ δ
ζ

ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· αἱ ἄρα αβ, γδ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ αηθ τῇ ὑπὸ ηθδ· ἴση ἄρα. ἀλλ' ἡ ὑπὸ αηθ τῇ ὑπὸ εηβ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ εηβ ἄρα τῇ ὑπὸ ηθδ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ βηθ· αἱ ἄρα ὑπὸ εηβ, βηθ ταῖς ὑπὸ βηθ, ηθδ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ εηβ, βηθ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ βηθ, ηθδ ἄρα δύο ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι. ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

XXX

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Ἔστω ἑκατέρα τῶν αβ, γδ τῇ εζ παράλληλος. λέγω ὅτι καὶ ἡ αβ τῇ γδ ἐστὶ παράλληλος. ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ ηκ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς αβ, εζ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ηκ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ αηκ τῇ ὑπὸ ηθζ. πάλιν ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς εζ, γδ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ηκ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ηθζ τῇ ὑπὸ ηκδ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ αηκ τῇ ὑπὸ ηθζ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ αηκ ἄρα τῇ ὑπὸ ηκδ.

ὀξεῖαι ἴσαι. καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἡ α̅ β̅ τῇ γ̅ δ̅· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XXXI. PROBL.

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ α̅· ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ β̅ γ̅· δεῖ δὴ διὰ τοῦ α̅ σημείου τῇ β̅ γ̅ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. εἰλήφθω ἐπὶ τῆς β̅ γ̅ τυχὸν σημεῖον τὸ δ̅ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ α̅ δ̅· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ δ̅ α̅ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α̅ τῇ ὑπὸ α̅ δ̅ γ̅ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ δ̅ α̅ ε̅. καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας τῇ ε̅ α̅ εὐθεῖα ἡ α̅ ζ̅ [καὶ] ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς β̅ γ̅ ε̅ ζ̅. εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ α̅ δ̅. τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ε̅ α̅ δ̅. α̅ δ̅ γ̅. ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκε, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ε̅ ζ̅ τῇ β̅ γ̅ [.] διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ α̅ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ β̅ γ̅. παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ε̅ α̅ ζ̅· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. :ποιῆσαι

Conc

XXXII   perfectio. 16.

.1. Παντὸς τριγώνου μιᾶς [τῶν πλευρῶν] προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ α̅ β̅ γ̅. καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ β̅ γ̅ ἐπὶ τὸ δ̅. λέγω ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ α̅ γ̅ δ̅ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ γ̅ α̅ β̅. α̅ β̅ γ̅ καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ α̅ β̅ γ̅. β̅ γ̅ α̅. γ̅ α̅ β̅ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ γ σημείου τῇ α β εὐθείᾳ παράλληλος
ἡ γ ε. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ α β τῇ γ ε. καὶ εἰς αὐτὰς
ἐμπέπτωκεν ἡ α γ. αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ β α γ.
α γ ε. ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ
α β τῇ γ ε. καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ β δ. ἡ
ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ε γ δ. ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον
τῇ ὑπὸ α β γ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ α γ ε τῇ ὑπὸ β α γ.
ἴση. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ α γ δ. ἐκτὸς γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ
ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ β α γ. α β γ. κοι-
νὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ α γ β. αἱ ἄρα ὑπὸ α γ δ. α γ β.
τρισὶ ταῖς ὑπὸ α β γ. β γ α. γ α β. ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ
α γ δ. α γ β. δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. καὶ αἱ ὑπὸ α γ β.
β γ α. γ α β. ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί. παντὸς Comm.
ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης
ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση
ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου γωνίαι τρεῖς δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Finis primae partis libri sui p. C.

XXXIII

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐ-
τὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι. καὶ αὐταὶ
ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσίν.

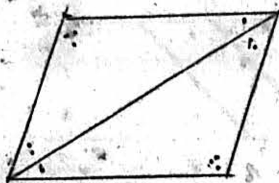
Ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ α β. γ δ. καὶ ἐπε-
ζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ α γ. λ αυτα
β δ. λέγω ὅτι καὶ αἱ α γ. β δ. ἴσαι τε καὶ παράλληλοι
εἰσίν. ἐπεζεύχθω ἡ β γ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
ἡ α β τῇ γ δ. καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ β γ. καὶ
ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ α β γ. β γ δ. ἴσαι ἀλλή-

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ. δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΒΓ ΓΔ· ἴσαι ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση. βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστί. καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκε, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση. αἱ ἄρα τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XXXIIII

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ. λέγω ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΓΑ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις



οὖν δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ· τὰς δύο γω-
νίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ· δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ,
ΓΒΔ· ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· καὶ μίαν πλευ-
ρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις
κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς
ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν
ἑκατέρᾳ· καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ·
ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ· ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ·
καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ· καὶ ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ· ἡ δὲ ὑ-
πὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὅλῃ
τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση· ἐδείχθη δὲ καὶ ὑπὸ ΒΑΓ
τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση· τῶν ἄρα παραλληλογράμμων Concl.
χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι
ἀλλήλαις εἰσί· λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐ-
τὰ δίχα τέμνει· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· κοι-
νὴ δὲ ἡ ΒΓ· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴ-
σαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βά-
σει τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΒΔΓ
τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· ἡ ἄρα ΑΒ διάμετρος δίχα τέ- β.γ
μνει τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

XXXV. THEO

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως
ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα
ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ

τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς βγ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς αζ, βγ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ τῷ εβγζ. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ, ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ βγ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ εζ τῇ βγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ ἡ αδ τῇ εζ ἐστὶν ἴση. καὶ κοινὴ ἡ δε· ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ δζ ἴση ἐστί. ἔστι δὲ καὶ ἡ αβ τῇ δγ ἴση· δύο δὴ αἱ εα, αβ δύο ταῖς δζ, δγ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζδγ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ εαβ ἐστὶν ἴση, ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ εβ βάσει τῇ ζγ ἴση ἐστί· καὶ τὸ εαβ τρίγωνον τῷ δζγ τριγώνῳ ἴσον ἐστί· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ὑπὸ δηε· λοιπὸν ἄρα τὸ αβηδ τραπέζιον λοιπῷ τῷ εζγη τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ βηγ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ εβγζ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστί. τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι :~ :~

XXXVI

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν :~

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ αβγδ, εζηθ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν βγ, ζη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς αθ, βη. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ αβγδ παραλληλόγραμμον τῷ εζηθ. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε, γθ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ ζη, ἀλλ' ἡ ζη

τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ
καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς ΒΕ ΓΘ.
αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη
ἐπιζευγνύουσαι. ἴσαι τε εἰσὶ καὶ παράλληλοι· αἱ Ε
Β ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι. παραλλη-
λόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ καὶ ἐστὶν ἴσον τῷ
ΑΒΓΔ. βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν
ΒΓ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς
ΒΓ ΑΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ ΕΒΓΘ ἐστὶν ἴσον
ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ
ἐστὶν ἴσον. τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων
βάσεων ὄντα. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα
ἀλλήλοις ἐστὶν ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XXXVII

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς
αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

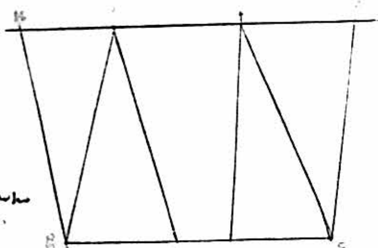
Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως
τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ
ΒΓ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τρι-
γώνῳ. ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ
τὰ ΕΖ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω
ἡ ΒΕ. διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ.
παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ
ΔΒΓΖ. καὶ ἴσον τὸ ΕΒΓΑ τῷ ΔΒΓΖ. ἐπί τε γὰρ
τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
παραλλήλοις ἐστὶ ταῖς ΒΓ ΕΖ. καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν
ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγω-

νου· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ Δ
ΕΓΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΔΓΒ τρίγωνον. ἡ
γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. τὰ δὲ τῶν ἴσων
ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρί-
γωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ. τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς
αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις
ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

XXXIIX

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ
s ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν:-

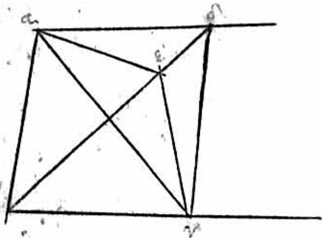
E Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ. ΔΕΖ. ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ
ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ ΑΔ.
λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. 19
ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η
Θ καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ
διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΕΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. παραλλη-
λόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ
καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ. ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών 36
ἐστι τῶν ΒΓ ΕΖ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΒΖ ΗΘ. καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου
ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ
δίχα τέμνει. τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥ- 34
μισυ τὸ ΕΔΖ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΔΖ διάμετρος αὐτὸ
δίχα τέμνει. τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις com n
ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώ-
Conc νῳ. τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι:-



·XXXIX·

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλ-
λήλοις ἐστίν.

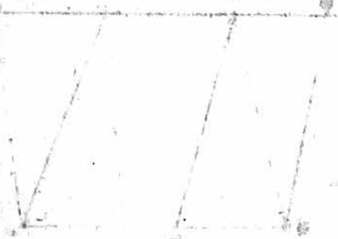
Conu. 37.



Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως
ὄντα τῆς ΒΓ· λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλ-
λήλοις ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι παρά-
λληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ D ͳ imp
Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος
ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ ʃ 37
τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βά-
σεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΓΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλή-
λοις· ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τριγώνον τῷ ΔΒΓ ἐστὶν ἴσον· καὶ ʃ 2 γρ
τὸ ΔΓΒ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστί· τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσ-
σονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν
ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις
πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστὶ παράλληλος. τὰ λ ἡ ΑΔ
ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν Con.
ταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XL

Conu. 38.



Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ
ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς λ ἔχοντα ... ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη,
παραλλήλοις εἰσίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐπὶ ἴσων βάσεων
ὄντα ΒΓ, ΓΕ· λέγω ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλή-
λοις ἐστίν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω ὅτι παράλ-

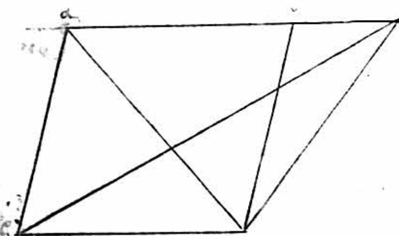
παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ. εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ
imp ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ sup. falsa
140 τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσε- 138
ών εἰσι τῶν ΒΓ ΓΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς
ΒΕ ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ τρι-
γώνῳ καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώ-
νῳ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδ'
ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστὶ παράλλη-
Conc λος. τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν τ-
αῖς αὐταῖς παραλλήλοις ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



XLI

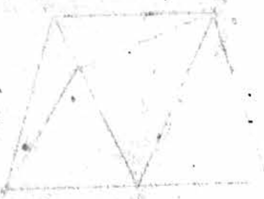
Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βά-
σιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλή- ΤΗΝ
141 λοις ἔστω ταῖς ΒΓ ΑΕ. λέγω ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ Α
ΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΕΒΓ τριγώνου. ἐπεζεύχθω
γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώ-
137 νῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ
καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ ΑΕ. ἀλλὰ τὸ
ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒ
134 Γ τριγώνου· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥσ-
τε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τρι-
γώνου ἐστὶ διπλάσιον. ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον
Con τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς



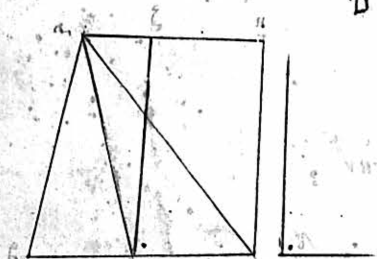
παραλλήλοις ἦ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμ-
μον τοῦ τριγώνου ὅπερ ἔδει δεῖξαι·

XLII. PROBL.



Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμ-
μον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμ-
μῳ·

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ α β γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία
εὐθύγραμμος ἡ δ. δεῖ δὴ τῷ α β γ τριγώνῳ ἴσον πα-
ραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν ἴσῃ τῇ δ γωνίᾳ εὐ-
θυγράμμῳ. Τετμήσθω ἡ β γ κατὰ τὸ ε δίχα, καὶ ἐπε- K.
ζεύχθω ἡ α ε, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ε γ εὐθείᾳ, καὶ
τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ ε, τῇ δ γωνίᾳ ἴση, ἡ ὑπὸ γ ε ζ.
καὶ διὰ μὲν τοῦ α τῇ β γ παράλληλος ἤχθω ἡ α η·
διὰ δὲ τοῦ γ τῇ ε ζ παράλληλος ἤχθω ἡ γ η· παραλλη-
λόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ζ ε γ η. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ β ε D
τῇ ε γ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ α β ε τρίγωνον τῷ α ε γ τριγώνῳ·
ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν β ε ε γ καὶ ἐν ταῖς αὐ-
ταῖς παραλλήλοις ταῖς β γ α η· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ
τὸ α β γ τρίγωνον τοῦ α ε γ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ζ
ε γ η παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ α ε γ τριγώ- 1 41
νου. βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς
ἐστὶν αὐτῷ παραλλήλοις. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ζ ε γ η C
παραλληλόγραμμον τῷ α β γ τριγώνῳ· καὶ ἔχει τὴν
ὑπὸ γ ε ζ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ δ. τῷ ἄρα δοθέν- Con
τι τριγώνῳ τῷ α β γ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται
τὸ ζ ε γ η. ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζ ε γ ἥ ἐστιν ἴση τῇ δ ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι·



XLIII

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διά-

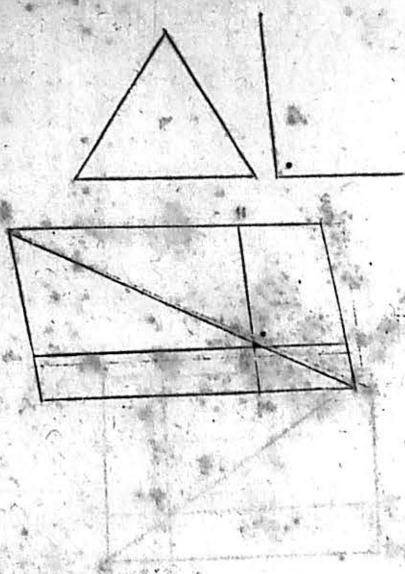
μέτρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώ-
ματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ αβγδ, διάμετρος δὲ
αὐτοῦ ἡ αγ. περὶ δὲ τὴν αὐτὴν αγ παραλληλόγραμ-
μα μὲν ἔστω τὰ εθ ηζ. τὰ δὲ λεγόμενα παραπλη-
ρώματα τὰ βκ κδ. λέγω ὅτι ἴσον ἐστὶν τὸ βκ πα-
ραπλήρωμα τῷ κδ παραπληρώματι. ἐπεὶ γὰρ πα-
ραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αβγδ. διάμετρος δὲ αὐτοῦ
ἐστιν ἡ αγ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγ. τρίγωνον τῷ αγδ
τριγώνῳ. πάλιν ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ αεκθ.
διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ακ. ἴσον ἐστὶ τὸ αεκ τρίγωνον
τῷ αθκ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ κζγ τρίγωνον
τῷ κηγ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν αεκ τρίγω-
νον τῷ αθκ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον τῷ δὲ κζγ τῷ κηγ. τὸ
αεκ τρίγωνον μετὰ τοῦ κηγ. ἴσον ἐστὶ τὸ αθκ τρι- τῷ
γώνῳ μετὰ τοῦ κζγ. ἐστὶ δὲ καὶ ὅλον τὸ αβγ τρίγωνον. ὅλῳ
τῷ αδγ. ἴσον. λοιπὸν ἄρα τὸ βκ παραπλήρωμα, λοι-
πῷ τῷ κδ παραπληρώματι. ἐστὶν ἴσον. παντὸς ἄρα
παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμε-
τρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα
ἀλλήλοις ἐστὶν ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XLIV PROB

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ
ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν. ἐν τῇ δο-
θείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ. τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον
τὸ γ. ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος, ἡ δ. δεῖ



δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ᾱβ̄. τῷ δοθέν-
τι τριγώνῳ τῷ γ̄ ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-
βαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ δ̄ γωνίᾳ. συνεστάτω τῷ γ̄ τριγώνῳ ἴσον
παραλληλόγραμμον τὸ β̄ε̄ζ̄η̄. ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ε̄β̄η̄.
ἥ ἐστιν ἴση τῇ δ̄ καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι
τὴν β̄ε̄ τῇ ᾱβ̄. καὶ διήχθω ἡ ζ̄η̄ ἐπὶ τὸ θ̄. καὶ διὰ τοῦ
ᾱ ὁποτέρᾳ τῶν β̄η̄ ε̄ζ̄. παράλληλος ἤχθω ἡ ᾱθ̄
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θ̄β̄. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς
ᾱθ̄ ε̄ζ̄. εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ θ̄ζ̄. αἱ ἄρα ὑπὸ ᾱθ̄ζ̄.
θ̄ζ̄ε̄ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ
β̄θ̄η̄ η̄ζ̄ε̄ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπὸ ἐ-
λασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι
συμπίπτουσιν. αἱ θ̄β̄ ζ̄ε̄ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμ-
πεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ
τὸ κ̄. καὶ διὰ τοῦ κ̄ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ε̄ᾱ ζ̄θ̄
παράλληλος ἤχθω ἡ κ̄λ̄. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ θ̄
ᾱ η̄β̄ ἐπὶ τὰ λ̄ μ̄ σημεῖα. παραλληλόγραμμον
ἄρα ἐστὶ τὸ θ̄λ̄κ̄ζ̄. διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ θ̄κ̄. περὶ
δὲ τὴν θ̄κ̄ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ᾱη̄ μ̄ε̄. τὰ δὲ
λεγόμενα παραπληρώματα τὰ λ̄β̄ β̄ζ̄. ἴσον ἄρα
ἐστὶ τὸ λ̄β̄ τῷ β̄ζ̄. ἀλλὰ τὸ β̄ζ̄ τῷ γ̄ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον.
καὶ τὸ λ̄β̄ ἄρα τῷ γ̄ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ὑπὸ η̄β̄ε̄ γωνία τῇ ὑπὸ ᾱβ̄μ̄. ἀλλ' ἡ ὑπὸ η̄β̄ε̄.
τῇ δ̄ ἐστὶν ἴση καὶ ἡ ὑπὸ ᾱβ̄μ̄ τῇ δ̄ γωνίᾳ ἐστὶν
ἴση. παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ᾱβ̄ τῷ
δοθέντι τριγώνῳ τῷ γ̄ ἴσον παραλληλόγραμμον
παραβέβληται τὸ λ̄β̄ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ᾱβ̄μ̄ ἥ
ἐστιν ἴση τῇ δ̄ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XLV.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλό-

γράμμου συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐ-
θυγράμμῳ·

ἔστω μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ αβγδ· ἡ δὲ δο-
θεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ε· δεῖ δὴ τῷ αβγδ εὐ-
θυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δο-
θείσῃ γωνίᾳ τῇ ε. ἐπεζεύχθω ἡ δβ. καὶ συνεστά-
τω τῷ αβδ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ζθ ἐν τῇ
ὑπὸ θκζ γωνίᾳ. ἥ ἐστιν ἴση τῇ ε· καὶ παραβεβλήσθω πα-
ρὰ τὴν ηθ εὐθεῖαν τῷ δβγ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμ-
μον τὸ ημ, ἐν τῇ ὑπὸ ηθμ γωνίᾳ. ἥ ἐστιν ἴση τῇ ε. καὶ
ἐπεὶ ἡ ε γωνία, ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ θκζ, ηθμ. ἐστὶν ἴση, καὶ
ἡ ὑπὸ θκζ ἄρα τῇ ὑπὸ ηθμ ἐστὶν ἴση· κοινὴ προσ-
κείσθω ἡ ὑπὸ κθη· αἱ ἄρα ὑπὸ ζκθ, κθη. ταῖς ὑπὸ
κθη, ηθμ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ ζκθ, κθη δυσὶν ὀρ-
θαῖς ἴσαι εἰσί. καὶ αἱ ὑπὸ κθη, ηθμ ἄρα δυσὶν
ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· πρὸς δή τινι εὐθείᾳ, τῇ ηθ καὶ τῷ
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ θ δύο εὐθεῖαι αἱ κθ, θμ, μὴ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας
δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν
ἡ κθ τῇ θμ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς κμ, ζη
εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ θη· αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ
ὑπὸ μθη, θηζ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· κοινὴ αἱ προσκεί-
σθω ἡ ὑπὸ θηλ· αἱ ἄρα ὑπὸ μθη, θηλ ταῖς ὑπὸ θ-
ηζ, θηλ ἴσαι εἰσίν· ἀλλ' αἱ ὑπὸ μθη, θηλ δυσὶν ὀρ- 29
θαῖς ἴσαι εἰσί· καὶ αἱ ὑπὸ θηζ, θηλ δυσὶν ὀρθαῖς
ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ζη τῇ ηλ· καὶ
ἐπεὶ ἡ ζκ τῇ θη ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ
καὶ ἡ θη τῇ μλ· καὶ ἡ κζ ἄρα τῇ μλ ἴση τε καὶ 30
παράλληλός ἐστι· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ κμ 31
ζλ.

ergo sunt pares et paralleli

33 / καὶ αἱ ΚΜ ΖΛ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι / παρα-
λληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΖΛΜ / καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ
τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ· probat ... parall...
τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ / ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμ-
μον ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ· παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον /
τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓΔ ἴσον Concl
παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΚΖΛΜ ἐν γω-
νίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΚΜ ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ Ε· ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι.



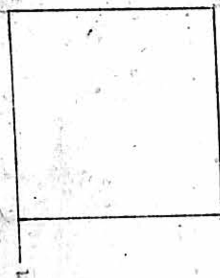
PROB.

XLVI

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀνα-
γράψαι.



Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθεί-
ας τετράγωνον ἀναγράψαι / ἤχθω τῇ ΑΒ εὐθείᾳ ἀπὸ K
τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ 11
καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ / καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ση- 31
μείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ / διὰ δὲ τοῦ Β
σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ / παραλληλό-
γραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν
34 ΑΒ τῇ ΔΕ· ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ / ἀλλ' ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστὶν
ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΒΑ ΑΔ ΔΕ ΕΒ ἴσαι ἀλ-
λήλαις εἰσί / ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ πα-
ραλληλόγραμμον / λέγω δὲ ὅτι καὶ ὀρθογώνιον / ἐπεὶ 2 ... angul...
γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ ΔΕ εὐθεῖα ἐνέ-
πεσεν ἡ ΑΔ / αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ ΑΔΕ γωνίαι 29
δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀρ-
θὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ· τῶν δὲ παραλληλογράμ-
χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι 34



ἀμβλείας ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπε-
ναντίον τῶν ὑπὸ α β ε, β ε δ γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα
ἐστὶ τὸ α δ ε β· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον conclu.
νον ἄρα ἐστὶ· καὶ ἐστὶν ἀπὸ τῆς α β εὐθείας ἀναγε-
γραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

XLVII

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν
ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετρα-
γώνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γω-
νίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις:-

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ α β γ· ὀρθὴν ἔχον
τὴν ὑπὸ β α γ γωνίαν· λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς β γ τε-
τράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν β α, α γ τετρα-
γώνοις· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς β γ τετράγωνον
τὸ β δ ε γ· ἀπὸ δὲ τῶν β α, α γ τὰ η β, θ γ
τετράγωνα· καὶ διὰ τοῦ α, ὁποτέρᾳ τῶν β δ, γ ε
παράλληλος ἤχθω ἡ α λ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ α
δ, ζ γ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ β α γ,
β α η γωνιῶν· πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ β α, καὶ τῷ 14
πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ α, δύο εὐθεῖαι α γ, α η, μὴ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα
ἐστὶν ἡ γ α τῇ α η· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ β α τῇ α θ
ἐστὶν ἐπ' εὐθείας· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δ β γ γω-
νία τῇ ὑπὸ ζ β α· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ προσ-
κείσθω ἡ ὑπὸ α β γ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ δ β α ὅλῃ
τῇ ὑπὸ ζ β γ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ δύο αἱ δ β, β α δυ-
σὶ ταῖς ζ β, β γ ἴσαι εἰσὶν· ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ

τὸ ... z. b. b. a. ... quadrati b. μ. et
... Γ. B. Δ. ... ε.

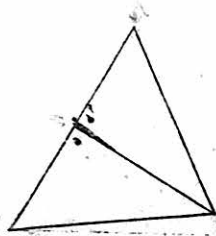
γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΞΒΓ ἴση·
4 βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΞΓ ἐστὶν ἴση. καὶ τὸ
ΔΒ τρίγωνον τῷ ΞΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καί ἐστι
τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλ-
ληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν
ΒΔ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς Β
ΔΑΛ. τοῦ δὲ ΞΒΓ τριγώνου, διπλάσιον τὸ ΗΒ
τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι
τὴν ΞΒ. καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσὶ παραλλήλοις ταῖς
ΞΒ καὶ ΗΓ. τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλ-
λήλοις ἐστίν. ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμ-
μον τῷ ΗΒ τετραγώνῳ· ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιζευγνυ-
μένων τῶν ΑΕ ΒΚ. δειχθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλ-
ληλόγραμμον, ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ
ΒΔ ΕΓ τετράγωνον δυσὶ τοῖς ΗΒ ΘΓ τετραγώνοις
ἴσον ἐστί. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΔ ΕΓ τετράγωνον ἀπὸ
τῆς ΒΓ ἀναγραφέν. τὰ δὲ ΗΒ ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ
ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον
ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ πλευρῶν τε-
τραγώνοις· ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις
τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης
πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
τὴν ὀρθὴν περιεχουσῶν πλευρῶν τετρα-
γώνοις ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

XLVIII

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν
τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν
τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις·
ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν

τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐ-
στί

Τριγώνου γὰρ ἔστω τοῦ α β γ τὸ ἀπὸ μιᾶς
τῆς β γ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον τοῖς
ἀπὸ τῶν β α α γ πλευρῶν τετραγώνοις.
λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ β α γ γωνία.
ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ α σημείου τῇ α γ εὐθείᾳ
πρὸς ὀρθὰς ἡ α δ, καὶ κείσθω τῇ β α ἴση ἡ α δ
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δ γ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ δ α τῇ α β. ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
δ α τῷ ἀπὸ τῆς α β τετραγώνῳ. κοινὸν
προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς α γ τετράγωνον.
τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν δ α. α γ. τετράγωνα,
ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν β α α γ τετραγώνοις.
ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν δ α α γ. ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς δ γ. ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ 47
δ α γ γωνία. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν β α. α γ,
ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς β γ. ὑπόκειται γάρ.
τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς δ γ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ λ τετράγωνον
τῆς β γ τετραγώνῳ. ὥστε καὶ πλευρὰ
ἡ δ γ τῇ β γ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ δ α τῇ α β. κοινὴ δὲ ἡ α γ.
δύο δὴ αἱ δ α. α γ. δυσὶ ταῖς β α α γ
ἴσαι εἰσὶ καὶ βάσις ἡ δ γ βάσει τῇ
β γ ἴση ἐστί. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ δ α γ.
γωνίᾳ τῇ ὑπὸ β α γ ἐστὶν ἴση. ὀρθὴ δὲ
ἡ ὑπὸ δ α γ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ β α γ.
ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν
πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ



axioma ...

τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν
τετραγώνοις. ἡ περιεχομένη γωνία
ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου
δύο πλευρῶν ὀρθή
ἐστιν. ὅπερ ἔ
δει δεῖ
ξαι.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

τῆς Θέωνος ἐκδόσεως

δεύτερον.

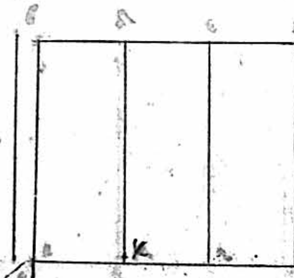
Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν ὁποιονοῦν παραλληλόγραμμον σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

parallelogramu Orthogonium quid

ΓΝΩΜΩΝ. quid

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

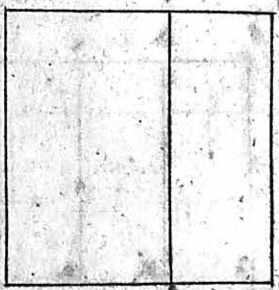
Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ α, βγ. καὶ τετμήσθω ἡ βγ, ὡς ἔτυχε κατὰ τὰ δ, ε σημεῖα. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν α, βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ α, δε. καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν α, εγ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ β τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς ἡ βζ. καὶ κείσθω τῇ α ἴση ἡ βη. καὶ διὰ μὲν τοῦ η τῇ βγ παράλληλος ἤχθω ἡ ηθ. διὰ δὲ τῶν δ, ε, γ τῇ βη παράλληλοι



ἤχθωσαν αἱ κη, ελ, γθ· ἴσον δή ἐστι τὸ βθ τοῖς D°
βκ, δλ, εθ. καὶ ἐστι τὸ μὲν βθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βγ.
περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βγ· ἴση δὲ ἡ βη
τῇ α. τὸ δὲ βκ, τὸ ὑπὸ τῶν α, βδ· περιέχεται μὲν
γὰρ ὑπὸ τῶν ηβ, βδ· ἴση δὲ ἡ βη τῇ α. τὸ δὲ δλ
τὸ ὑπὸ τῶν α, δε· ἴση γὰρ ἡ δκ, τουτέστιν ἡ βη τῇ α·
καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ εθ, τὸ ὑπὸ τῶν α, εγ· τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν α, βγ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ α, βδ. καὶ τῷ ὑπὸ
α, δε. καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ α, εγ. ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐ- Conc
θεῖαι· τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν
τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν
δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου
καὶ τοῖς τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθο-
γωνίοις, ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

II

ὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ
τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περι-
εχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης
τετραγώνῳ:~



Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω, ὡς ἔτυχε, κατὰ τὸ γ Ek
σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ὑπὸ βα, αγ περιε-
χομένου ὀρθογωνίου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ
τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον Ka.
τὸ αβδε. καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ ὁποτέρᾳ τῶν αδ,
βε παράλληλος ἡ γζ· ἴσον δὴ τὸ αε τοῖς αζ, γε. D°
καὶ ἐστι τὸ μὲν αε τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. τὸ
δὲ αζ τὸ ὑπὸ τῶν βα, αγ περιεχόμενον ὀρθο-

γώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν δα, αγ. ἴση δὲ ἡ αδ τῇ αβ. τὸ δὲ γε τὸ ὑπὸ αβ, βγ. ἴση γὰρ ἡ βε τῇ αβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βα, αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΙΙΙ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, ὡς ἔτυχε, τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς βγ τετραγώνου. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον τὸ γδεβ, καὶ διήχθω ἡ εδ ἐπὶ τὸ ζ, καὶ διὰ τοῦ α ὁποτέρᾳ τῶν γδ, βε παράλληλος ἤχθω ἡ αζ. ἴσον δή ἐστι τὸ αε τοῖς αδ, γε. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν αε, τὸ ὑπὸ τῶν αβ, βε περιεχόμενον ὀρθογώνιον. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, βε· ἴση δὲ ἡ βε τῇ βγ. τὸ δὲ αδ τὸ ὑπὸ τῶν αγ, γβ. ἴση γὰρ ἡ δγ τῇ γβ. τὸ δὲ δβ τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ, βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἐστὶν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ

μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνου. Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα Concl
γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ
ἑνὸς τῶν τμηθέντων περιεχόμενον ὀρθογώνιον
ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος
τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. b

.IIII.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅ-
λης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμη-
μάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμη-
μάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Εὐθεῖα γραμμὴ ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ Εκ
τὸ γ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον ἴσον
ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ, γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ
δὶς ὑπὸ τῶν αγ, γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ἀνα- Κα
γεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον τὸ αδεβ.
καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βδ. καὶ διὰ μὲν τοῦ γ ὁποτέρᾳ
τῶν αδ, εβ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ· διὰ δὲ τοῦ η
j. ὁποτέρᾳ τῶν αβ, δε παράλληλος ἤχθω ἡ θκ. καὶ D
ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ γζ τῇ αδ, καὶ εἰς αὐτὰς
ἐμπέπτωκεν ἡ βδ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ βηγ, ἴση 29
ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ αδβ. ἀλλ' ἡ ὑ-
πὸ αδβ τῇ ὑπὸ αβδ ἐστὶν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ
ἡ βα τῇ αδ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ γηβ ἄρα γωνία
τῇ ὑπὸ ηβγ ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ
πλευρᾷ τῇ γη ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ μὲν ἡ γβ τῇ ηκ
ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γη τῇ κβ· καὶ ἡ ηκ ἄρα τῇ κβ ἐστὶν D
ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ. λέγω δὴ ὅτι

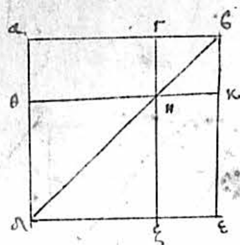
p bat ... rectangulum

ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ γη
τῇ βκ. καὶ εἰς αὐτὰς ἐνέπεσεν ἡ γβ, αἱ ἄρα ὑπὸ
κβγ. ηγβ γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ
δὲ ἡ ὑπὸ κβγ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ηγβ. ὥστε 34
καὶ αἱ ἀπεναντίον. αἱ ὑπὸ γηκ. ηκβ. ὀρθαί εἰσιν.
ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γηκβ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσό-
πλευρον. τετράγωνον ἄρα ἐστί. καί ἐστιν ἀπὸ τῆς
D. ii. γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ θζ τετράγωνόν ἐστι.
καί ἐστιν ἀπὸ τῆς θη. τουτέστιν ἀπὸ τῆς αγ. τὰ
iii ἄρα θζ κγ τετράγωνα ἀπὸ τῶν αγ. γβ εἰσίν. 43
43 ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη. τῷ ηε, ἴσον γὰρ ἡ ηγ τῇ γβ.
καὶ τὸ ηε ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ. γβ δὶς ἐστὶν
καὶ τὰ θζ. γκ τετράγωνα ἀπὸ τῶν αγ. γβ. τὰ
τέσσαρα ἄρα τὰ θζ. γκ. αη. ηε. ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ
τῶν αγ γβ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ
γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ θζ. γκ αη
ηε. ὅλον ἐστὶ τὸ αδεβ. ὅ ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τε-
τράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον
ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ. γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς
ὑπὸ τῶν αγ. γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐὰν
Conc ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς
ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμη-
μάτων τετραγώνοις. καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ἄλλως.

Λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ
τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ γβ τετραγώνοις, καὶ τῷ
δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
D ἡ βα τῇ αδ ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αβδ. τῇ 5
ὑπὸ αδβ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς

καὶ ἐστὶ τὸ Α.Η. τὸ ὑπὸ τῶν Α.Γ. ΓΒ.



γωνίαι, αἱ ὑπὸ αβδ. βδα. δαβ. δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βαδ· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ αβδ. αδβ. μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί· καί εἰσιν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ αβδ. αδβ. ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ βγη. ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ α. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ. ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γηβ γωνία τῇ ὑπὸ γβη. ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ βγ. τῇ γη ἐστὶν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν γβ. τῇ ηκ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ γη. τῇ βκ. ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ. ἔχει δὲ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ γβκ γωνίαν. τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ γκ. καί ἐστιν ἀπὸ τῆς γβ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ζθ. τετράγωνόν ἐστι. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα γκ. θζ. τετράγωνά ἐστι. καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ γβ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ αη. τῷ εη. καί ἐστι τὸ αη τὸ ὑπὸ τῶν αγ γβ. ἴση γὰρ ἡ γη τῇ γβ. καὶ τὸ εη ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αγ γβ. τὰ ἄρα αη. ηε. ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ. ἐστὶ δὲ καὶ τὰ γκ. θζ. ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν αγ γβ. τὰ ἄρα γκ. θζ. αη. ηε. ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ γβ. καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ. ἀλλὰ τὰ γκ. θζ. καὶ τὰ αη. ηε. ὅλον ἐστὶ τὸ αε. ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς αβ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν αγ γβ τετραγώνοις. καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αγ γβ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

32. primo — 1. 6 — 34 — D. η — D. ια — 43 — Conc

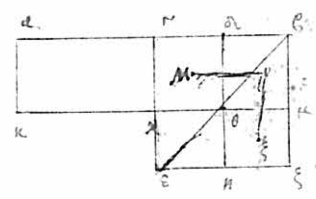
Πόρισμα. ε' corollarium

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τετράγωνά ἐστι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ :–

Ϛ αγ

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ· ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ ΖΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ. διὰ δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ ΕΖ παράλληλος ἤχθω πάλιν ἡ ΚΜ. καὶ πάλιν διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ· ΒΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΘ παραπλήρωμα τῷ ΘΖ παραπληρώματι, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΓΜ τῷ ΑΛ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἴση ἐστί. καὶ τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΔΖ ἴσον ἐστί. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΘ τῷ ΔΖ καὶ ΔΛ ἴσον ἐστί. ἀλλὰ τὸ μὲν ΑΘ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ· ΔΒ ἴσον ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ· τὸ δὲ ΖΔΛ ἐστὶν ὁ ΜΝΞ γνώμων· καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ ΔΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ὁ ἄρα ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΒ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ.



τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αδ δβ. περιεχόμενον ὀρθογώ- Co
νιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνου ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ τετραγώνῳ. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα Concl
γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα, καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν
ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον
ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν
τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετρα-
γώνῳ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI. ς

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ δίχα προστεθῇ δέ τις αὐ- τμηθῇ
» τῇ εὐθεῖα, ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης
» σὺν τῇ προσκειμένῃ περιεχόμενον ὀρθογώ- καὶ τῆς προσκειμένης
» νιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετρα-
» γώνου. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης
» ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφ
» τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ, τετμήσθω δίχα, κατὰ τὸ γ ση- Ek
μεῖον. προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας
ἡ βδ. λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδ δβ περιεχό-
μενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γβ τε-
τραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γδ τετραγώνῳ.
ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς γδ τετράγωνον ὁ γε- Ka
ζδ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε. καὶ διὰ μὲν τοῦ β σημείου,
ὁποτέρᾳ τῶν εγ δζ. παράλληλος ἤχθω, ἡ βη. διὰ
δὲ τοῦ θ σημείου. ὁποτέρᾳ τῶν αδ εζ. παράλλη-
λος ἤχθω ἡ κμ. καὶ ἔτι διὰ τοῦ α, ὁποτέρᾳ τῶν
γλ δμ, παράλληλος ἤχθω ἡ ακ. ἐπεὶ οὖν ἴση D
ἐστὶν ἡ αγ τῇ γβ. ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ αλ τῷ γθ. ἀλλὰ
καὶ τὸ γθ τῷ θζ. ἴσον ἐστί. καὶ τὸ αλ. ἄρα τῷ θζ.

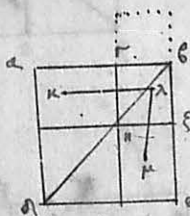
supplem

ἴσον ἐστί· κοινὸν προσκείσθω τὸ β μ· ὅλον ἄρα τὸ α μ. τῷ ν ξ ο γνώμονι ἐστὶν ἴσον· ἀλλὰ τὸ α μ. ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν α δ. δ β. ἴση γάρ ἐστιν ἡ δ μ. τῇ δ β. καὶ ὁ ν ξ ο. ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α δ. δ β. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κοινὸν προσκείσθω τὸ λ η· ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς γ β τετραγώνῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α δ. δ β. περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς β γ τετραγώνου. ἴσον ἐστὶ τῷ ν ξ ο γνώμονι καὶ τῷ λ η· ἀλλ' ὁ ν ξ ο γνώμων καὶ τὸ λ η. ὅλον ἐστὶ τὸ γ ε ζ δ τετράγωνον· ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς γ δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α δ β περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς β γ (idest λη) τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς γ δ τετραγώνῳ. Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα· προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς τετραγώνῳ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VII

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ α β. τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν α β. β γ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν α β. β γ



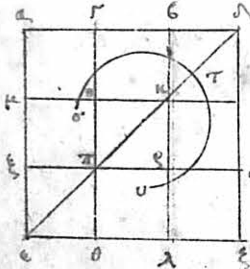
περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ
τετραγώνῳ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τε-
τράγωνον τὸ ΑΔΕΒ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆ-
μα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ κοινὸν προσ-
κείσθω τὸ ΓΖ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ ὅλῳ τῷ ΓΕ ἐστὶν
ἴσον. τὰ ἄρα ΑΖ ΓΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ.
ἀλλὰ τὰ ΑΖ ΓΕ, ὁ ΚΛΜ ἐστὶ γνώμων, καὶ τὸ ΓΖ
τετράγωνον. ὁ ΚΛΜ ἄρα γνώμων καὶ τὸ ΓΖ δι-
πλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἔστι δὲ τοῦ ΑΖ διπλάσιον,
καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. ἴση γὰρ ἡ ΒΖ τῇ ΒΓ.
ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων, καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον, ἴσον
ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ. κοινὸν προσκεί-
σθω τὸ ΔΗ. ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον. ὁ
ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα
ἴσα ἐστί, τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. ἀλλ'
ὁ ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ὅλον
ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. καὶ τὸ ΓΖ. ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ
τετράγωνα. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τετράγωνα ἴσα
ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν Α, Β, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρ-
θογωνίῳ, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. ἐὰν
ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε τὸ ἀπὸ τῆς
ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων. τὰ συναμ-
φότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης
καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ,
καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι:-

VIII.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε. τὸ
τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμη-

» ματος περιεχομένου ὀρθογωνίου μετὰ τοῦ
» ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσου
» ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμή-
» ματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

ε. Εὐθεῖα γάρ τις ἡ αβ τετμήσθω ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ γ σημεῖον. λέγω ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν αβ βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ βγ, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῇ αβ εὐθεῖα ἡ βδ· καὶ κείσθω τῇ γβ ἴση ἡ βδ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αδ τετράγωνον τὸ αεζδ καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ βδ· ἀλλὰ ἡ μὲν βγ τῇ ηκ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ βδ τῇ κν, καὶ ἡ ηκ τῇ κν ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ πρ τῇ ρο ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βγ τῇ βδ, ἡ δὲ ηκ τῇ κν, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν γκ τῷ κδ, τὸ δὲ πρ τῷ ρν. ἀλλὰ τὸ γκ τῷ ρν ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ γο παραλληλογράμμου· καὶ τὸ κδ ἄρα τῷ πρ ἐστὶν ἴσον. τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ δκ γκ πρ ρν ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. τὰ τέσσαρα ἄρα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ γκ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ γβ τῇ βδ· ἀλλὰ ἡ μὲν βδ τῇ βκ τουτέστι τῇ γη ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ γβ τῇ ηκ, τουτέστι τῇ ηπ ἴση ἐστί, καὶ ἡ γη ἄρα τῇ ηπ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν γη τῇ ηπ, ἡ δὲ πρ τῇ ρο, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν αη τῷ μπ, τὸ δὲ πλ τῷ ρζ. ἀλλὰ τὸ μπ τῷ πλ ἐστὶν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ μλ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ αη ἄρα τῷ ρζ ἴσον ἐστί. τὰ τέσ-

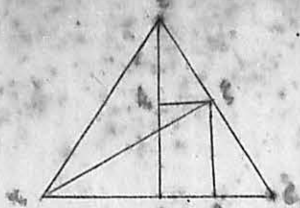


σαρα ἄρα τὰ ακ, μπ, πλ, ρξ ἴσα ἀλλήλοις ἐστί·
ται· τέσσαρα ἄρα τοῦ ακ ἐστὶ τετραπλάσια. ἐδεί-
χθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ γκ, κλ, ηρ, ξυ τοῦ γκ
τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περιέχει τὸν
στυ γνώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ακ. καὶ
ἐπεὶ τὸ ακ τὸ ὑπὸ τῶν αβ βδ ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ
βκ τῇ βδ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ βδ
τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ακ. ἐδείχθη δὲ τὸ ακ τε-
τραπλάσιον καὶ ὁ στυ γνώμων· τὸ ἄρα τετρά-
κις ὑπὸ τῶν αβ βδ ἴσον ἐστὶ τῷ στυ γνώμο-
νι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ξθ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ
τῆς αγ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν αβ
βδ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
αγ □ ἴσον ἐστὶ τῷ στυ γνώμονι καὶ τῷ ξθ.
ἀλλ' ὁ στυ γνώμων καὶ τὸ ξθ, ὅλον ἐστὶ τὸ αε
ζδ □, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς αδ· τὸ ἄρα τετράκις
ὑπὸ τῶν αβ βγ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ
τοῦ ἀπὸ τοῦ αγ τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ
τῆς αδ· τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς αβ βγ ὡς ἀπὸ
μιᾶς ἀναγραφέντι □. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμ-
μὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅ-
λης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος
□, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου
τμήματος ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι □, ὅπερ
ἔδει δεῖξαι:~

ΙΧ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄ-
» νισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμη-
» μάτων □ διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς
» ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν
□:~

ε εὐθεῖα γάρ τις ἡ α β τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ γ.
εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ δ· λέγω ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν α δ· δ β
□ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν α γ γ δ □ων· ἤχθω
γὰρ ἀπὸ τοῦ γ τῇ α β πρὸς ὀρθὰς ἡ γ ε· καὶ κείσθω
ἴση ἑκατέρᾳ ἡ α γ γ β. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ε α ε β.
καὶ διὰ μὲν τοῦ δ τῇ ε γ παράλληλος ἤχθω ἡ δ ζ· διὰ
τοῦ ζ τῇ α β παράλληλος ἤχθω ἡ ζ η· καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ α ζ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ α γ τῇ γ ε· ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ
ε α γ γωνία τῇ ὑπὸ α ε γ· καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς
τῷ γ· λοιπαὶ δὲ ἄρα αἱ ὑπὸ ε α γ α ε γ μιᾷ ὀρθῇ
ἴσαι εἰσίν· καὶ εἰσὶν ἴσαι ἑκατέρα τῶν ὑπὸ α ε γ. ε
α γ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γ ε β ε β γ
ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ α ε β ὀρθή ἐστι.
καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ η ε ζ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ
ὑπὸ ε η ζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ
ὑπὸ ε γ β· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ε ζ η· ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς
ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ η ε ζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ε ζ η· ὥστε
καὶ πλευρὰ ἡ ε η πλευρᾷ τῇ η ζ ἐστὶν ἴση· πάλιν
ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ β γωνία ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρ-
θὴ δὲ ἡ ὑπὸ ζ δ β· ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ
ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ε γ β· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ δ ζ β ἡμί-
σειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ β γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
δ ζ β· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ δ ζ πλευρᾷ τῇ δ β ἐστὶν
ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ α γ τῇ γ ε· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ
τοῦ α γ τῷ ἀπὸ τῆς γ ε· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν α γ γ ε τετρά-
γωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς α γ· τοῖς δὲ ἀ-
πὸ τῶν α γ γ ε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε α □ον· ὀρθὴ
γὰρ ἡ ὑπὸ α γ ε γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α ε διπλά-
σιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς α γ· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν καὶ
ε η τῇ η ζ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε η τῷ ἀπὸ τῆς



η ζ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ε η, η ζ □α, διπλάσιά ἐστι τοῦ
ἀπὸ τῆς η ζ □ου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ε η, η ζ □οις ἴσον
ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε ζ □ον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ε ζ □ον
διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς η ζ. ἴση δὲ ἡ η ζ τῇ
γ δ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ε ζ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ
τῆς γ δ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς α ε διπλάσιον
τοῦ ἀπὸ τῆς α γ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν α ε, ε ζ □α διπλά-
σιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν α γ, γ δ □ων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν
α ε, ε ζ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς α ζ τετράγωνον· ὀρ-
θὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ α ε ζ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς α ζ
□ον διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῆς α γ, γ δ. τῷ δὲ ἀ-
πὸ τῆς α ζ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν α δ, δ ζ. διπλάσια
ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν α γ, γ δ □ων. ἴση δὲ ἡ δ ζ τῇ δ β.
τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν α δ, δ β □α διπλάσιά ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν α γ, γ δ □ων. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ
τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης
τμήματα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ
τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετρα-
γώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

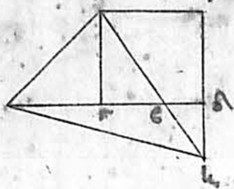
Χ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ
» τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης
» σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης
» τὰ συναμφότερα □α διπλάσιά ἐστι τοῦ τε
» ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης
» ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς
» ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ α β τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ γ. προσ-

κείσθω δέ τι τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ· λέγω ὅτι
τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ □ᵃ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν
ΑΓ ΓΔ □ων· ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς
ὀρθὰς ἡ ΓΕ· καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ ΓΒ· καὶ
ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ ΕΒ καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ ΑΔ πα-
ράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ· διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ παράλληλος
ἤχθω ἡ ΔΖ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΓΕ ΔΖ
εὐθεῖά τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ· αἱ ὑπὸ ΓΕΖ ΕΖΔ ἄρα
δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ ΕΖΔ δύο
ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρ-
θῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΕΒ ΖΔ ἐκβαλ-
λόμεναι ἐπὶ τὰ ΒΔ μέρη συμπεσοῦνται· ἐκβεβλήσθω-
σαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ·
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ· ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ Α-
ΕΓ τῇ ὑπὸ ΕΑΓ· καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια ἄρα
ὀρθῆς ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ ΑΕΓ· διὰ τὰ αὐ-
τὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν
ὀρθῆς· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ· καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια
ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ· ἡμίσεια ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ
ἡ ὑπὸ ΔΒΗ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή· ἴση γάρ ἐστι
τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλὰξ γάρ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡ-
μίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστὶν
ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ τῇ
ΗΔ ἐστὶν ἴση· πάλιν ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ ἡμίσειά ἐστιν
ὀρθῆς· ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον
τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστιν
ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε
καὶ πλευρὰ ἡ ΖΕ πλευρᾷ τῇ ΖΗ ἐστὶν ἴση· καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ □ῳ
τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ □ῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΓ ΓΑ τετρά-
γωνα

διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ ☐. ἐπεὶ οὖν ἴση
ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΕΖ. ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ
☐ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ ☐. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΖ.
ΖΕ. διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν
ΗΖ. ΖΕ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ ☐. τὸ ἄρα ἀπὸ
τῆς ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ
ΕΖ τῇ ΓΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ ☐, διπλάσιόν
ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν
ΑΕ ΕΗ ☐ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ
☐. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΗ ☐ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς
ΑΗ ☐. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τῶν
ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ
τῶν ΑΔ ΔΗ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΗ ☐. διπλάσιά
ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ ΓΔ ☐. ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΔΒ.
τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν
ΑΓ ΓΔ ☐. ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ δίχα, προσ-
τεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα, ἐπ' εὐθείας. τὸ ἀπὸ τῆς
ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσ-
κειμένης τὰ συναμφότερα ☐ διπλάσιά ἐστι τοῦ
τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε
τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς
ἀναγραφέντος ☐. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:-

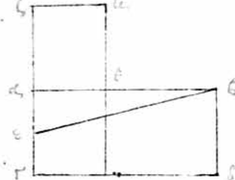


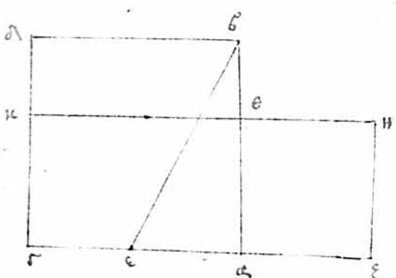
XI.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ
τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων
περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ
ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος ☐:-
Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ τὴν ΑΒ τεμεῖν

τμήματι. ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος □ῳ· ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς αβ □ον τὸ αβγδ. καὶ τετμήσθω ἡ αγ δίχα κατὰ τὸ ε σημεῖον. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε. καὶ διήχθω ἡ γα ἐπὶ τὸ ζ. καὶ κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εζ. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς αζ □ον τὸ ζθ. καὶ διήχθω ἡ ηθ ἐπὶ τὸ κ. λέγω ὅτι ἡ αβ τέτμηται κατὰ τὸ θ, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς αθ □ῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ αγ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ ε· πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ αζ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ ζα περι- + αβ εχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε □ου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εζ □ῳ. ἴση δὲ ἡ εζ τῇ εβ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν γζ ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε □ου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εβ □ῳ. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τῆς εβ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν βα αε· ÷47. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ α γωνία. τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς γζ ζα μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς αε ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν βα αε. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς αε. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν γζ ζα περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ □ῳ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν γζ ζα ἴσον τῷ ζκ. ἴση γὰρ ἡ ζα τῇ ζη. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ, τῷ αδ. τὸ ἄρα ζκ ἴσον ἐστὶ τῷ αδ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ακ. λοιπὸν ἄρα τὸ ζθ τῷ θδ ἴσον ἐστί. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν θδ τὸ ὑπὸ τῆς αβ βθ. ἴση γὰρ ἡ αβ τῇ βδ. τὸ δὲ ζθ. τὸ ἀπὸ τῆς αθ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αβ βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αθ □ῳ. ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ τέτμηται κατὰ τὸ θ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αβ βθ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς αθ □ῳ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι:-

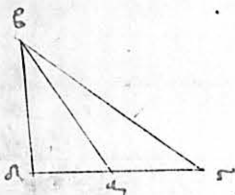
%. ἐλάττων ... ἐστιν ἡ ζα τῆς εβ ἐπεὶ ἡ εβ ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν τὴν ὑπὸ ζαβ ὑποτείνει.





 nunc ad [illegible]

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις· τὸ ἀπὸ τῆς
» τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς
» □ον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνί- των
» αν περιεχουσῶν πλευρῶν □ων. τῷ περιεχομένῳ
» δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνί-
» αν ἐφ᾽ ἣν ἡ κάθετος πίπτει· καὶ τῆς ἀπολαμβανο- ἢ περιεχομένῳ
» μένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμ-
» βλείᾳ γωνίᾳ :~



Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ· ἀμβλεῖαν ἔχον Ad [illegible]
τὴν ὑπὸ βαγ γωνίαν. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ β ση-
μείου ἐπὶ τὴν γα ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ βδ. λέ-
γω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς βγ □ον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν
βα αγ □ων. τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ
ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ γδ τέτμηται ὡς ἔ- D
τυχε κατὰ τὸ α σημεῖον. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς δγ ἴσ- 4 2
ον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν γα αδ □οις. καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα
αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ
τῆς δβ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ δβ. ἴσα ἐστὶν τοῖς τε
ἀπὸ τῶν γα αδ δβ □οις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ πε-
ριεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν γδ δβ 47
ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γβ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ δ γωνία
τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αδ δβ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ. τὸ ἄρα 47
ἀπὸ τῆς γβ □ον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν γα αβ □οις.
καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.
ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς γβ □ον τῶν ἀπὸ τῶν γα αβ □ων μεῖ-
ζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γα αδ περιεχομένῳ ὀρθογω-
νίῳ. ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις. τὸ ἀπὸ τῆς

τῆς ἀμβλείας γωνίας ὑποτεινούσης πλευρᾶς □ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν □, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XIII

[illegible] ad 7m

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν
» γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς □ ἔλαττόν ἐστι τῶν
» ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν
» □ τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν
» γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει καὶ τῆς ἀπολαμ-
» βανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ
» γωνίᾳ.

Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ αβγ ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α σημείου ἐπὶ τὴν βγ κάθετος ἡ αδ. λέγω ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς αγ □ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ βα □ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ βγ τέτμηται ὡς ἔτυχε κατὰ τὸ δ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ βδ □ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ βδ περιεχομένῳ 7. 2.
ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ □. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς δα □. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ βδ δα □ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν γβ βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν αδ δγ □. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν βδ δα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν 47
πρὸς τῷ δ γωνία. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν αδ δγ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς αγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γβ βα ἴσα ἐστὶ τῷ τε 47

περιεχομένῳ ὀξυγωνίῳ

ἀπὸ τῆς αγ· καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ βδ ἐλλιπώτερον μόνον
τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν γβ βα τετραγώνων
τῷ δὶς ὑπὸ τῶν γβ βδ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἄρα
ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν
γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι
τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευ-
ρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν
ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει· καὶ τῆς ἀπο-
λαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ
γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Riquadrare   PROBLEMA

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ α· δεῖ δὴ τῷ α εὐθυ-
γράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι. συνεστάτω γὰρ τῷ α
εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον
τὸ βδ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ εδ, γεγονὸς ἂν
εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνέσταται γὰρ τῷ α εὐθυγράμμῳ
ἴσον τετράγωνον τὸ βδ. εἰ δὲ οὔ, μία τῶν βε εδ μείζων ἐστίν.
ἔστω μείζων ἡ βε, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ, καὶ
κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ εζ, καὶ τετμήσθω ἡ βζ δίχα κατὰ
τὸ η, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ηβ
ηζ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ βθζ, καὶ ἐκβεβλή-
σθω ἡ δε ἐπὶ τὸ θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ηθ. ἐπεὶ οὖν
εὐθεῖα ἡ βζ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ η, εἰς δὲ ἄνισα
κατὰ τὸ ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βε εζ περιεχόμενον ὀρθο-
γώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς εη τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ
τῆς ἀπὸ τῆς ηζ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ηζ τῇ ηθ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
βε εζ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς
βδ.   ηε

ηε τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῆς ηθ. τοῖς δὲ □ ἀπὸ τῆς ηθ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν θε, εη □. τὸ ἄρα — 47. γ̄ — ἰσγλ. ὀρθὴ γὰρ ὑπὸ θ. ε. η.
ὑπὸ τῶν βε, εζ. μετὰ τοῦ ἀπὸ ηε ἴσα ἐστὶ τοῖς
ἀπὸ τῶν θε, εη / κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ηε
□ / λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ βε, εζ περιεχόμενον
ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ □. ἀλλὰ τὸ
ὑπὸ τῶν βε. εζ. τὸ βδ ἐστιν. ἴση γὰρ ἡ εζ τῇ εδ / τὸ
ἄρα βδ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
θε □. ἴσον δὲ τὸ βδ τῷ α εὐθυγράμμῳ. καὶ τὸ
α ἄρα εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς εθ ἀ-
ναγραφησομένῳ □ / τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμ-
μῳ τῷ α ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ ἀπὸ — αι
τῆς εθ
ἀναγραφησόμενον ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι
ξ αι ∴

σοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν,
ἢ ὧν ἐκ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι εἰσί. εὐθεῖα
κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται ἥτις ἁπτομένη τοῦ
κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.
κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες
ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους. ἐν κύκλῳ
ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται
ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀ-
γόμεναι ἴσαι ὦσι. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται ἐφ'
ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει. τμῆμα κύκλου ἐστὶ
τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου
περιφερείας. τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιε-
χομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας. ἐν
τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας
τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ' αὐτοῦ
ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἥ ἐστι βάσις τοῦ
τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη
γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. ὅταν δὲ
αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι, ἀπολαμβά-
νωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βε-
βηκέναι ἡ γωνία. τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν ὅταν πρὸς τῷ
κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία. τὸ περιεχόμενον
σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν
καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.
ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας

ἴσαι. ἡ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν:

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν:

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ α β γ. δεῖ δὴ τοῦ α β γ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν. διήχθω τις εἰς αὐτὸν ὡς ἔτυχεν εὐθεῖα ἡ α β. καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ δ σημεῖον. καὶ ἀπὸ τοῦ δ τῇ α β πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δ γ. καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ε καὶ τετμήσθω ἡ γ ε δίχα κατὰ τὸ ζ. λέγω ὅτι τὸ ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ α β γ κύκλου. μὴ γάρ. ἀλλ' εἰ δυνατὸν ἔστω τὸ η. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ η α. η δ. η β. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ α δ τῇ δ β. κοινὴ δὲ ἡ δ η. δύο δὴ αἱ α δ δ η. δύο ταῖς η δ δ β. ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις ἡ η α βάσει τῇ η β ἐστὶν ἴση. ἐκ κέντρου γάρ. γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ α δ η. γωνίᾳ τῇ ὑπὸ η δ β ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ. ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ η δ β. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζ δ β ὀρθή. ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ζ δ β τῇ ὑπὸ η δ β. ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ η κέντρον ἐστὶ τοῦ α β γ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τοῦ ζ. τὸ ζ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ α β γ κύκλου. καὶ ἐκ τούτου φανερὸν ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα. ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευ-

ζευγνυμένη

εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ ⊙:—

Ἔστω ⊙ ὁ ΑΒΓ καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ
εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α Β. λέγω ὅτι
ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τοῦ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα
ἐντὸς πεσεῖται τοῦ ⊙. μὴ γάρ, ἀλλ᾽ εἰ δυνατόν πι-
πτέτω ἐκτὸς ὡς ἡ ΑΕΒ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ
ΑΒΓ ⊙ καὶ ἔστω τὸ Δ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ
ΔΒ· καὶ διήχθω ἡ ΔΖ ἐπὶ τὸ Ε. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ
τριγώνου τοῦ ΔΑΕ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ
ΑΕΒ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ·
ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ
ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ· ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων
πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΕ· ἴση δὲ
ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ· μείζων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ· ἡ ἐλάττων τῆς
μείζονος ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ὑπὸ τοῦ Α
ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ ⊙.
ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπ᾽ αὐτῆς τῆς περιφερείας
ἐντὸς ἄρα. ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας δύο
ληφθῇ τυχόντα σημεῖα ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπι-
ζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ ⊙ ὅπερ
ἔδει ποιῆσαι:—

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖ-
αν τινα » πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ· καὶ ἐὰν πρὸς
ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ· » καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει:—

μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ· καὶ

Ἔστω ⊙ ὁ ΑΒΓ· καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέν-
τρου ἡ ΓΔ· εὐθεῖαν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ

δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ ζ σημεῖον. λέγω ὅτι καὶ πρὸς
ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ α β
γ κύκλου. καὶ ἔστω τὸ ε. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ε α ε β. καὶ ἐπεὶ
ἴση ἐστὶν ἡ α ζ τῇ ζ β. κοινὴ δὲ ἡ ζ ε. δύο δυσὶν ἴσαι
εἰσίν. καὶ βάσις ἡ ε α βάσει τῇ ε β ἴση. ἄρα ἡ ὑπὸ α
ζ ε. γωνία τῇ ὑπὸ β ζ ε ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐ-
θεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλας
ποιῇ. ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι. ἑκα-
τέρα ἄρα τῶν ὑπὸ α ζ ε β ζ ε, ὀρθή ἐστιν. ἡ γ δ ἄρα
διὰ τοῦ κέντρου οὖσα τὴν α β μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν.
δίχα τέμνουσαν καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. ἀλλὰ δὴ ἡ γ δ
τὴν α β πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω. λέγω ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν
τέμνει. τουτέστιν ὅτι ἐστὶν ἡ α ζ. τῇ ζ β. τῶν γὰρ αὐτῶν
κατασκευασθέντων. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ε α τῇ ε β ἴση ἐστὶ
καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ε α ζ. τῇ ὑπὸ ε ζ β. ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ
ὑπὸ α ζ ε ὀρθῇ τῇ ὑπὸ β ζ ε ἴση. δύο δὴ τρίγωνα ἐστὶ
τὰ ε α ζ ε ζ β τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔ-
χοντα. καὶ μίαν πλευρὰν. μιᾷ πλευρᾷ ἴσην. κοι-
νὴν αὐτῶν τὴν ε ζ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων
γωνιῶν. καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς
πλευραῖς ἴσας ἕξει. ἴση ἄρα ἡ α ζ τῇ ζ β. ἐὰν ἄ-
ρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου καὶ τὰ ἑξῆς.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας
» μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι οὐ τέμνουσιν ἀλ-
» λήλας δίχα.~

Ἔστω κύκλος ὁ α β γ δ. καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι αἱ α γ β δ.

τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ ε, μὴ διὰ τοῦ κέν-
τρου οὖσαι. λέγω ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.
εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα, ὥστε
ἴσην εἶναι τὴν μὲν αε τῇ εγ, τὴν δὲ βε τῇ εδ.
καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ αβγδ κύκλου, καὶ ἔστω
τὸ ζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζε. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ
τοῦ κέντρου ἡ ζε εὐθεῖάν τινα τὴν αγ δίχα τέ-
μνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα
ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζεα. πάλιν ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ζε
εὐθεῖάν τινα τὴν βδ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς
αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζεβ. ἐδείχθη
δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζεα ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ζεα τῇ
ὑπὸ ζεβ, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-
νατον. οὐκ ἄρα αἱ αγ, βδ τέμνουσιν ἀλλήλας
δίχα. ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν
ἀλλήλας καὶ τὰ ἑξῆς ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται
αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ, γδη τεμνέτωσαν ἀλλήλους
κατὰ τὰ β, γ σημεῖα. λέγω ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ
αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ ε. καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ εγ, καὶ διήχθω ἡ εζη ὡς ἔτυχε. καὶ
ἐπεὶ τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου, ἴση ἐστὶν
ἡ εγ τῇ εζ. πάλιν ἐπεὶ τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γδη κύκλου,
ἴση ἐστὶν ἡ εγ τῇ εη. ἐδείχθη δὲ ἡ εγ τῇ εζ ἴση·
καὶ ἡ εζ ἄρα τῇ εη ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζο-
νι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ ε σημεῖον κέντρον

ἐστὶ τῶν αβγ γδη κύκλων· ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι
τέμνωσιν ἀλλήλους οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον·
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων οὐκ
» ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ γδε ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων
κατὰ τὸ γ σημεῖον· λέγω ὅτι οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ
κέντρον· εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω τὸ ζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζ
γ· καὶ διήχθω ὡς ἔτυχεν ἡ ζεβ· ἐπεὶ οὖν τὸ ζ ση-
μεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου· ἴση ἐστὶν ἡ ζγ τῇ ζβ·
πάλιν, ἐπεὶ τὸ ζ σημεῖον κέντρον τοῦ γδε κύκλου· ἴση
ἐστὶν ἡ ζγ τῇ ζε· ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ζγ τῇ ζβ ἴση· καὶ ἡ ζε
ἄρα τῇ ζβ ἐστὶν ἴση· ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν
ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν αβγ
γδε κύκλων· ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων
οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον
» ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου
» πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινες· μέγι-
» στη μὲν ἔσται ἐφ᾽ ἧς τὸ κέντρον· ἐλαχίστη δὲ ἡ
» λοιπή· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέν-
» τρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί· δύο δὲ μόναι ἴσαι
» ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν
» κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Ἔστω ὁ αβγδ· διάμετρος δ᾽ αὐτοῦ ἔστω ἡ αδ· καὶ ἐπὶ

τοῦ αδ. εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ ζ. ὃ μὲν ἐστὶ κέντρον τοῦ
κύκλου. κέντρον δὲ τοῦ κύκλου ἔστω τὸ ε. καὶ ἀπὸ τοῦ ζ
πρὸς τὸν αβγδ κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖ-
αι τινὲς αἱ ζβ ζγ ζη. λέγω ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ζα.
ἐλαχίστη δὲ ἡ ζδ. τῶν δὲ ἄλλων ἡ μὲν ζβ τῆς ζγ μείζων.
ἡ δὲ ζγ τῆς ζη. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ βε. γε. ηε.
καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοι-
πῆς μείζονές εἰσιν. αἱ ἄρα εβ εζ τῆς βζ μείζους
εἰσίν. ἴση δὲ ἡ αε τῇ βε. αἱ ἄρα βε εζ ἴσαι εἰσὶ
τῇ αζ. μείζων ἄρα ἡ αζ τῆς ζβ. πάλιν ἐπεὶ ἴση
ἐστὶν ἡ βε τῇ γε. κοινὴ δὲ ἡ ζε. δύο δὴ αἱ βε εζ
δυσὶ ταῖς γε εζ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ
βεζ γωνίας τῆς ὑπὸ γεζ μείζων. βάσις ἄρα ἡ β
ζ βάσεως τῆς γζ μείζων ἐστί. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ
ἡ γζ τῆς ζη μείζων ἐστί. πάλιν ἐπεὶ αἱ ηζ ζε τῆς
εη μείζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ εη τῇ εδ. αἱ ἄρα ηζ ζε
τῆς εδ μείζονές εἰσιν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ εζ. λοιπὴ
ἄρα ἡ ηζ λοιπῆς τῆς ζδ μείζων ἐστί. μεγίστη μὲν ἄρα
ἡ ζα. ἐλαχίστη δὲ ἡ ζδ. μείζων ἡ μὲν ζβ τῆς ζγ. ἡ δὲ ζ
γ τῆς ζη. λέγω ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ ζ σημείου δύο μόνον
εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται πρὸς τὸν αβγδ κύ-
κλον. ἐφ' ἑκάτερα τῆς ζδ ἐλαχίστης. συνεστάτω
πρὸς τῇ εζ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ
ε τῇ ὑπὸ ηεζ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ζεθ. καὶ ἐπεζεύχθω
ἡ ζθ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ηε τῇ εθ. κοινὴ δὲ ἡ εζ.
δύο δὴ αἱ ηε εζ δυσὶ ταῖς θε εζ ἴσαι εἰσί. καὶ γω-
νία ἡ ὑπὸ ηεζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ θεζ ἴση. βάσις ἄρα
ἡ ζη βάσει τῇ ζθ ἴση ἐστίν. λέγω δὴ ὅτι τῇ ζη ἄλλη
ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ ζ ση-
μείου. εἰ γὰρ δυνατόν προσπιπτέτω ὡς ἡ ζκ. καὶ

ἐπεὶ ἡ ξκ τῇ ξη ἴση ἐστίν· ἀλλὰ ἡ ξθ τῇ ξη ἴση ἐστίν· καὶ
ἡ ξκ ἄρα τῇ ξθ ἴση ἐστίν· ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ
κέντρου τῆς ἀπώτερον ἴση· ὅπερ ἀδύνατον. ἢ καὶ οὕτως.
ἐπεζεύχθω ἡ εκ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ηε τῇ εκ, κοινὴ
δὲ ἡ εξ, καὶ βάσις ἡ ηξ βάσει τῇ ξκ ἴση· γωνία ἄρα
ἡ ὑπὸ ηεξ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ κεξ ἴση ἐστίν. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ηεξ
τῇ ὑπὸ θεξ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ θεξ ἄρα τῆς ὑπὸ κεξ
ἐστὶν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ ζ σημείου ἑτέρα τις προσπεσεῖται
πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ ηζ· μία ἄρα μόνη. ἐὰν
ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ
τὰ ἑξῆς ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τὸ θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ
σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες,
ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔ-
τυχεν. τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσ-
πιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέν-
τρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀ-
πώτερον μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν
προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ
μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ
ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερον
ἐστὶν ἐλάττων. δύο δὲ μόναι εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ ση-
μείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα
τῆς ἐλαχίστης.

Ἔστω κύκλος ὁ αβγ, καὶ τοῦ αβγ ἐκτὸς εἰλήφθω τι ση-
μεῖον

ἐκτὸς τὸ Δ· καὶ ἀπ' αὐτοῦ διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες
ὡσὶ τοῦ θ΄. αἱ ΔΑ ΔΕ· ΔΖ· ΔΓ. ἔστω δὲ ἡ ΔΑ διὰ
τοῦ κέντρου· λέγω ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν ΑΕΖΓ κοί-
λην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν
ἐστιν ἡ διὰ τοῦ ἡ ΔΑ· ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ Δ σημεί(ου)
καὶ τῆς διαμέτρου τῆς Η· μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ·
ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ· τῶν δὲ πρὸς τὴν ΘΛΚΗ κυρτὴν πε-
ριφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν αἰεὶ ἡ ἔγγιον
τῆς ΔΗ ἐλαχίστης ἐλάττων δὲ τῆς ἀπώτερον καὶ μὲν
ΔΚ· τῆς ΔΛ, τῆς ΔΛ· ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ· εἰλήφθω γὰρ
τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου· καὶ ἔστω τὸ Μ καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΜΕ ΜΖ ΜΓ ΜΚ ΜΛ ΜΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ
ΕΜ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· ἡ ἄρα ΑΔ ἴση ἐστὶ ταῖς
ΕΜ ΜΔ· ἀλλ' αἱ ΕΜ ΜΔ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ
ἄρα τῆς ΕΔ μείζων ἐστί· πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΕ τῇ
ΜΖ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· αἱ ΕΜ ΜΔ ἄρα ταῖς ΖΜ
ΜΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΜΔ γωνίας τῆς ὑπὸ
ΖΜΔ μείζων ἐστίν· βάσις ἄρα καὶ ἡ ΕΔ βάσεως τῆς ΖΔ μεί-
ζων ἐστίν· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ ἡ ΖΔ τῆς ΓΔ
τῆς ΓΔ μείζων ἐστί· μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΑ· μείζων δὲ
ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ· ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ· καὶ ἐπεὶ αἱ ΜΚ ΚΔ
τῆς ΜΔ μείζονές εἰσιν· ἴση δὲ ἡ ΜΗ τῇ ΜΚ· λοιπὴ
ἄρα ἡ ΚΔ λοιπῆς τῆς ΗΔ μείζων ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ΗΔ
τῆς ΚΔ ἐλαχίστη· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΜΛΔ ἐπὶ
μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΜΔ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συ-
νεστάθησαν αἱ ΜΚ ΚΔ· αἱ ἄρα ΜΚ ΚΔ τῶν ΜΛ ΛΔ
ἐλάττονές εἰσιν· ὧν ἐστὶν ἴση ἡ ΜΚ τῇ ΜΛ· λοιπὴ ἄρα
ἡ ΔΚ λοιπῆς τῆς ΔΛ ἐλάττων ἐστίν· ὁμοίως δὴ δεί-
ξομεν ὅτι καὶ ἡ ΔΛ τῆς ΔΘ ἐλάττων ἐστίν· ἐλαχίστη
μὲν ἄρα ἡ ΔΗ τῆς ΔΚ· ἡ δὲ ΔΚ τῆς ΔΛ· ἡ δὲ ΔΛ

τῆς ΔΗ. λέγω ὅτι καὶ δύο μόνον ἴσαι εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ
Δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτε-
ρα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΜΔ εὐ-
θείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Μ τῇ ὑπὸ ΚΜΔ
γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΔΜΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ.
καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΚ τῇ ΜΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, δύο δὴ
αἱ ΚΜ ΜΔ δυσὶ ταῖς ΒΜ ΜΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑ-
κατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ
ἴση ἐστίν. βάσις ἄρα ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λέγω
δὴ ὅτι τῇ ΔΒ εὐθείᾳ ἄλλη ἴση προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύ-
κλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου. εἰ γὰρ δυνατὸν προσπιπτέτω.
καὶ ἔστω ἡ ΔΝ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΚ τῇ ΔΝ ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ ΔΚ
τῇ ΔΒ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΔΝ ἐστὶν ἴση, ἡ ἔγγιον
τῆς ΔΗ ἐλαχίστης, τῇ ἀπώτερον ἐστὶν ἴση, ὅπερ ἀδύ-
νατον ἐδείχθη. ἢ καὶ ἄλλως. ἐπεζεύχθω ἡ ΜΝ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΚΜ τῇ ΜΝ. κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ. καὶ βάσις ἡ ΔΚ βάσει τῇ
ΔΝ, ἴση γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΜΝ ἐστὶν
ἴση. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΚΜΔ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΜΔ
ἄρα τῇ ὑπὸ ΝΜΔ ἐστὶν ἴση. ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι, ὅπερ
ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πλείους εὐθεῖαι ἴσαι πρὸς τὸν
ΑΒΓ κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΔΗ ἐ-
λαχίστης προσπεσοῦνται. ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι
σημεῖον ἐκτὸς καὶ τὰ ἑξῆς. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:--

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ
» τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι
» πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν ση-
» μεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου:--
Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ. καὶ ἀπὸ

τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους
ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι· αἱ δα. δβ. δγ. λέγω ὅτι τὸ δ
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ
αἱ αβ βγ καὶ τετμήσθωσαν δίχα κατὰ τὰ ε ζ σημεῖα·
καὶ ἐπεζευχθεῖσαι αἱ εδ δζ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ η κ
θ λ σημεῖα. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αε τῇ εβ· κοινὴ δὲ ἡ
εδ· δύο δὴ αἱ αε εδ· δυσὶ ταῖς βε εδ ἴσαι εἰσίν· καὶ
βάσις ἡ δα βάσει τῇ δβ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ
αεδ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βεδ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέ-
ρα τῶν ὑπὸ αεδ βεδ γωνιῶν· ἡ ηκ ἄρα τὴν αβ
δίχα τέμνουσιν· καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπεὶ ἐὰν
κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα τε καὶ πρὸς ὀρ-
θὰς τέμνῃ· ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶν τὸ κέντρον τοῦ
κύκλου· ἐπὶ τῆς ηκ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου· διὰ τὰ αὐτὰ
δὴ καὶ ἐπὶ τῆς θλ ἐστὶν τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου· καὶ οὐ-
δὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ ηκ θλ εὐθεῖαι ἢ τὸ
δ σημεῖον· τὸ δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου.
ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ ση-
μείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο ἴσαι
εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου, ὅπερ
ἔδει δεῖξαι :–

ἄλλως.

Κύκλου γὰρ τοῦ αβγ· εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ
δ. ἀπὸ δὲ τοῦ δ πρὸς τὸν αβγ κύκλον προσπιπτέ-
τωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ δα δβ δγ.
λέγω ὅτι τὸ ληφθὲν σημεῖον τὸ δ κέντρον ἐστὶ τοῦ
αβγ κύκλου· μὴ γάρ· ἀλλ' εἰ δυνατόν ἔστω τὸ ε· καὶ ἐπιζευ-
χθεῖσα ἡ δε· διήχθω ἐπὶ τὰ η ζ σημεῖα· ἡ ζη
ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ αβγ κύκλου· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ α-
βγ ἐπὶ τῆς ζη διαμέτρου εἴληπται σημεῖον, ὃ

μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ δ· μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ
δα· μείζων δὲ ἡ μὲν δγ τῆς δβ· ἡ δὲ δβ τῆς δα· ἀλλὰ
καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ ε κέντρον ἐστὶ
τοῦ αβγ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι
πλὴν τοῦ δ. τὸ δὲ δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ
κύκλου:

Κύκλος κύκλου οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα
ἢ δύο:

Εἰ γὰρ δυνατόν κύκλος ὁ αβγ κύκλον τὸν δεζ τεμνέ-
τω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο. τὰ β η θ ζ. καὶ ἐπιζευ-
χθεῖσαι αἱ βη βθ· δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ τὰ κ λ
σημεῖα. καὶ ἀπὸ τῶν κ λ ταῖς βθ βη πρὸς ὀρθὰς
ἀχθεῖσαι αἱ κγ λμ· διήχθωσαν ἐπὶ τὰ α ε σημεῖα. ἐ-
πεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ αβγ εὐθεῖά τις ἡ αγ εὐθεῖαν
τινὰ τὴν βθ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπὶ τῆς αγ
ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ αβγ· εὐθεῖά τις ἡ νξ εὐθεῖ-
αν τινὰ τὴν βη δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει· ἐπὶ τῆς νξ
ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ αβγ κύκλου· ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς
αγ· καὶ κατ' οὐδὲν συμβάλλουσιν αἱ αγ νξ εὐθεῖαι ἀλ-
λήλαις ἢ κατὰ τὸ ο· τὸ ο ἄρα σημεῖον· κέντρον ἐστὶ τοῦ
αβγ κύκλου· ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι καὶ τοῦ δεζ κύκλου κέντρον
ἐστὶ τὸ ο· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν αβγ δε
ζ τὸ αὐτό ἐστι κέντρον τὸ ο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα
κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα· ὅπερ ἔδει δεῖξ-
αι.

ἄλλως.

Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ αβγ κύκλον τὸν δεζ τεμνέτω κατὰ
πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ β η ζ θ· καὶ εἰλήφθω τὸ

κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ ΚΗ
ΚΖ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ εἴληπταί τι σημεῖον ἐντὸς
τὸ Κ καὶ ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον προσπεπτώ-
κασι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΚΒ ΚΖ ΚΗ· τὸ
Κ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. ἔστι δὲ καὶ
τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλή-
λους τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τὸ Κ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα, ὅπερ ἔδει
δεῖξαι.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ λη-
φθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν
ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ
τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλή-
λων ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν
ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Ζ, τοῦ δὲ ΑΔΕ τὸ Η· λέγω ὅτι
ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκ-
βαλλομένη ἐπὶ τὸ Α σημεῖον πεσεῖται. μὴ γάρ, ἀλλ'
εἰ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ ΖΗΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν
αἱ ΑΖ ΑΗ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ ΗΖ τῆς ΖΑ, τουτέστι
τῆς ΖΘ μείζους εἰσί, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΗ· λοι-
πὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστίν. ἴση δὲ
ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ· καὶ ἡ ΗΔ ἄρα τῆς ΗΘ μείζων ἐστίν, ἡ ἐλάτ-
των τῆς μείζονος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ
Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς τῆς
κατὰ τὸ Α συναφῆς πεσεῖται· ἐπ' αὐτῆς ἄρα. ἐὰν
ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ λη-
φθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευ-

γνυμένη εὐθεῖα ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· ὅ-
περ ἔδει δεῖξαι:~

Ἄλλως.

Ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ ζγ· καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐ-
θείας ἡ γζ ἐπὶ τὸ θ σημεῖον καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ
αη, ηζ· ἐπεὶ οὖν αἱ αη, ηζ μείζους εἰσὶ τῆς αζ· ἀλλ'
ἡ αζ ἴση ἐστὶ τῇ γζ τουτέστι τῇ ζθ· κοινὴ ἀφῃρήσθω
ἡ ζη· λοιπὴ ἄρα ἡ αη λοιπῆς τῆς ηθ μείζων ἐστί·
τουτέστιν ἡ δη τῆς ηθ· ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος ὅ-
περ ἐστὶν ἀδύνατον· ὁμοίως κἂν ἐκτὸς ᾖ τοῦ μι-
κροῦ τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου δείξομεν αὐτὸ ἀ-
τοπώτερον:~

Θεώρημα.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ
τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ
τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται:~

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ αβγ, αδε ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων
ἐκτὸς κατὰ τὸ α σημεῖον· καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν αβγ
κύκλου κέντρον τὸ ζ· τὸ δὲ αδε τὸ η· λέγω ὅτι ἡ ἀπὸ
τοῦ ζ ἐπὶ τὸ η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς
κατὰ τὸ α ἐπαφῆς ἐλεύσεται· μὴ γὰρ ἀλλ' εἰ δυνατόν
ἐρχέσθω ὡς ἡ ζγδη· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ, αη·
ἐπεὶ οὖν τὸ ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ κύκλου· ἴ-
ση ἐστὶν ἡ ζα τῇ ζγ· πάλιν ἐπεὶ τὸ η σημεῖον, κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ αδε κύκλου· ἴση ἐστὶν ἡ αη τῇ ηδ· ἐδείχθη
δὲ καὶ ἡ ζα τῇ ζγ ἴση· αἱ ἄρα ζα, αη ταῖς ζγ, ηδ
ἴσαι εἰσίν· ὥστε ὅλη ἡ ζη τῶν ζα, αη μείζων ἐστί·
ἀλλὰ καὶ ἐλάττων ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ

ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς
κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς οὐκ ἐλεύσεται· διʼ αὐτῆς ἄρα. ἐὰν
ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέν-
τρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς ἐπα-
φῆς ἐλεύσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:~ :~

ιγʹ Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα
σημεῖα ἢ καθʼ ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται:~

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλου τοῦ ΕΒΖ
Δ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα ση-
μεῖα ἢ ἕν τὰ ΒΔ. καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου
κέντρον τὸ Η· τοῦ δὲ ΕΒΖΔ τὸ Θ. καὶ ἄρα ἀπὸ τοῦ
Η ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐπὶ τὰ Β Δ
πεσεῖται· πιπτέτω ὡς καὶ ἡ ΒΗΘΔ. καὶ ἐπεὶ τὸ Η
σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗ
τῇ ΗΔ· μείζων ἄρα ἡ ΒΗ τῆς ΘΔ· πολλῷ ἄρα μείζων
ἡ ΒΘ τῆς ΘΔ. πάλιν ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ
τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΘ τῇ ΘΔ· ἐδείχθη δὲ αὐ-
τῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ
ἄρα κύκλος ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ πλείονα
σημεῖα ἢ ἕν. λέγω δή ὅτι οὐδὲ ἐκτός. εἰ γὰρ δυ-
νατόν, κύκλος ὁ ΑΚΓ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω ἐκ-
τὸς κατὰ πλείονα σημεῖα, καὶ ἕν τὰ Α Γ. καὶ ἐπε-
ζεύχθω ἡ ΑΓ. ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν ΑΒΔΓ ΑΓΚΛ
εἴληπται ἐπὶ τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα
σημεῖα τὰ Α Γ, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη
εὐθεῖα ἐντὸς ἑκατέρου πεσεῖται· ἀλλὰ τοῦ μὲν ΑΒ
ΔΓ ἐντὸς ἔπεσε, τοῦ δὲ ΑΓΚ ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον.

